

Cosmologías relativistas

INTRODUCCIÓN

El Universo que actualmente podemos observar difiere en manera notable del cielo de Newton, de Laplace o de Le Verrier. Las innumerables galaxias que pueblan el nuevo horizonte, sus distancias, sus dimensiones, sus movimientos, no recuerdan en nada la organización estrechamente jerarquizada del sistema solar.

La atracción newtoniana, concebida y establecida a partir de la observación del movimiento de nuestros planetas, tuvo la fortuna admirable de convenir a la descripción de los movimientos de los sistemas de estrellas y de regir también, sin duda, las singulares estructuras internas de las galaxias. Pero, ¿reina esta ley de atracción newtoniana en todas partes y sin contrapeso?

Acabamos de descubrir que el Universo ha comenzado hace cuatro o cinco mil millones de años y que se dilata con velocidad extraordinaria. En este mundo que se disocia, la ley centrípeta de Newton no puede ya mantener su imperio absoluto. Por ello es que debemos acoger con satisfacción y reconocimiento la aparición de nuevas teorías, nacidas la mayoría de la Relatividad Generalizada, que explican la dispersión de estos islotes materiales.

En las nuevas teorías, el espacio no es simplemente el decorado de fondo; es un actor principal. Perdido el carácter verbalista que jugaba en las teorías clásicas, el espacio se identifica con las medidas que de él hace-

mos, con su *métrica*. En la vecindad de la materia, dicha métrica no es la de la geometría euclidiana, con sus proposiciones sobre la suma de los ángulos internos de un triángulo y su teorema de Pitágoras. Aún más, dicha métrica varía en función del tiempo (por lo menos en las teorías más recientes). La expansión no es sino la consecuencia de esta variabilidad esencial.

Sin duda que la prudencia recomendaría que se esperara algunos años antes de afirmar conclusiones más definitivas. Tampoco hay duda de que las generaciones futuras estarán en mejor situación que la nuestra para decidir si el espacio es finito, si es necesaria una *constante cosmológica* especial, si la expansión será ilimitada o si será seguida de una contracción. Sin embargo, el número de hechos ya establecidos y explicados es suficiente para poder afirmar que nos encontramos ante una de las teorías más bellas de la ciencia y, tal vez, ante una de las más fecundas. Seguramente las imágenes futuras del Universo diferirán de la actual, serán probablemente menos simples; pero hay algo que podemos decir con cierta seguridad: sin los modelos cosmológicos de las teorías relativistas no se ve actualmente ninguna solución razonable al problema de elaborar una imagen del mundo físico.

Para el hombre, la entrada en escena del Universo en expansión no tendrá menos consecuencias que, en el pasado, el descubrimiento de la redondez de la Tierra o el abandono de la concepción geocéntrica del mundo.

Las ideas de Copérnico significaron el derumbe de la imagen doméstica del mundo en que había vivido el hombre de la Edad Media. Durante los tres siglos siguientes, aunque la cosmología fué objeto de la dedicación cada vez más asidua de matemáticos y astrónomos, sus efectos sobre el punto de vista del hombre común fueron pequeños. Pero, desde hace unos cincuenta años, se hace cada vez más evidente que se está preparando la escena para una nueva revolución en la concepción del mundo del hombre corriente. La popularidad de las obras de Edington, de Jeans y otros, es un signo de haberse reavivado el interés del hombre por el Universo como todo.

Durante un siglo después de la muerte de Newton, todavía se creía imposible una investigación completa sobre la naturaleza del Universo. Ahora sabemos que esta creencia no era correcta, pero durante el siglo XVIII había buenas razones para sostenerla. El astrónomo está forzado a observar un papel comparativamente pasivo; no puede inventar sus propios experimentos, como el físico, el químico o el biólogo. No obstante estas dificultades obvias, los progresos realizados en el siglo XIX mostraron que la situación no era tan sin esperanzas como había parecido, y al llegar el siglo XX el escenario astronómico había cambiado en tal forma que apenas sí podrían haberlo imaginado los investigadores de hace cien años. Como lo dice Fred Hoyle, "en lugar de ser como niños que se esfuerzan por lograr una visión imperfecta del gran espectáculo, mirando a través de los agujeros de la carpa, vemos que nos encontramos sentados en primera fila para contemplar la evolución del Universo en toda su majestad". Esta transformación ha surgido principalmente del trabajo de los grandes maestros americanos de la observación astronómica, que han explotado con gran destreza e imaginación los excepcionales recursos instrumentales de que han podido disponer.

Las cuestiones que se plantean por la acumulación de nuevos datos no pueden resol-

verse, eso sí, por la sola observación. Para darles respuesta debemos entrar al campo de la astronomía teórica y de las teorías cosmológicas. Si se nos pidiera definir el objeto de estas disciplinas, diríamos que pretenden investigar la estructura de la materia y de la radiación en su estado masivo, considerando a todo el Universo como un solo sistema, cuyas características se trata de establecer, recurriendo a las más elaboradas técnicas matemáticas y tomando como punto de partida los resultados obtenidos en experiencias realizadas en laboratorios terrestres y en observaciones del espacio que rodea inmediatamente nuestro sistema solar.

Es razonable preguntar si este proceder es válido. ¿Podemos esperar que la información obtenida en una pequeña región del espacio y en un intervalo de tiempo tan breve que podemos calificarlo de instante, sirva de base para establecer conclusiones válidas en todo tiempo y para todo el Universo? Por ejemplo, ¿la materia de que estaba formada una estrella hace mil millones de años, se comporta en igual forma que la de nuestro globo terrestre en nuestra época? Preguntas como éstas llevan envuelta la validez de un principio de relatividad, como el de la Relatividad Generalizada, de Einstein; porque este principio es simplemente la afirmación de que nuestros resultados locales tienen validez universal. En otras palabras, si la afirmación contenida en el principio de relatividad es correcta, el procedimiento seguido por la astronomía teórica y por las teorías cosmológicas queda garantizado. Dicho aún de otra manera: lo que afirma el principio de relatividad de Einstein es que cualquiera que sea el lugar ocupado por el observador en el Universo, cualquiera que sea el medio que lo rodee, podrá utilizar las mismas ecuaciones para describir sus observaciones. No hay lugar a dudas que se trata de una afirmación atrevida.

LA PARTE DEL UNIVERSO QUE CONOCEMOS

Desde la antigüedad griega hasta comienzos del siglo XIX, la expresión "Sistema del

Mundo" era sinónima de Sistema Solar. Esta manera de concebir el cosmos estaba tan arraigada, e influía tanto en la opinión de los científicos que aún alrededor de 1800, Lagrange se lamentaba amargamente escribiendo: "Newton fué el más feliz de los mortales: no se encuentra dos veces la ocasión de establecer un Sistema del Mundo".

Para nosotros el cielo ha cambiado de aspecto. Desde 1915 el hombre ha descubierto dominios prodigiosamente vastos, en que las estrellas se aglomeran en islas inmensas, de formas extrañas y cuyos movimientos obedecen a leyes antes no previstas. Este nuevo aspecto del Universo difiere del cielo de Newton mucho más radicalmente que este último del cielo del hombre de la antigüedad clásica y plantea, por otra parte, difíciles problemas al observador y al teórico.

Mientras que d'Alembert, Lagrange, Laplace, Le Verrier, Poincaré, continuaban la tarea de Newton, perfeccionando la mecánica celeste en forma magistral, otros investigadores dedicaban sus esfuerzos a investigar las estrellas que hasta entonces eran elementos fijos de un decorado de fondo contra el cual se desarrollaban los movimientos de ese cosmos encadenado al Sol.

En pocos años, de 1800 a 1820, William Herschel, que merece el nombre de fundador de la Astronomía Estelar, descubría el movimiento orbital de las estrellas dobles y de golpe extendía enormemente el imperio comprobado de la ley newtoniana de gravitación universal; descubría también la huída del Sol hacia la constelación de Hércules y, a pesar de no conocerse en esa época la distancia de nuestro sistema solar a ninguna estrella, efectuaba los primeros *sondajes* de los espacios estelares utilizando métodos estadísticos.

Nuestra Galaxia.—El estudio de la Vía Láctea, la concepción de su verdadera naturaleza y la estimación de sus dimensiones, constituyen la etapa intermedia necesaria entre el universo de la época de Newton y la imagen actual.

Al apuntar su anteojo hacia la Vía Láctea,

en 1610, Galileo pudo ver un hormiguero de débiles estrellas. La Vía Láctea se aparecía ante sus ojos asombrados como una cinta de estrellas sin espesor. Pero ya en el siglo XVIII se había llegado a una concepción más exacta: se trata de un conjunto de estrellas inmenso y aplanado, como un disco; el brazalete de estrellas que observamos en la Vía Láctea se debe a la posición de nuestro sistema solar. El Sol y todas las estrellas visibles a ojo desnudo (unas cinco mil, en total) ocupan apenas un pequeño volumen en el seno de esta masa. En las direcciones vecinas a la perpendicular al plano de la Vía Láctea, o plano galáctico, nuestras miradas encuentran fácilmente el fondo oscuro de la bóveda celeste, porque el espesor de la capa de estrellas que nos contiene es relativamente débil; pero, a medida que nuestras miradas se bajan hacia la Vía Láctea, atraviesan capas más y más espesas de estrellas y, en fin, en la Vía Láctea misma, la acumulación de estrellas en profundidad es tal que tenemos la impresión de un muro luminoso. Resulta así que la Vía Láctea es un efecto de perspectiva.

La masa discoidal de estrellas, de la cual la Vía Láctea es la traza mirada desde dentro, lleva el nombre de Galaxia.

Entre los primeros que concibieron la significación de la Vía Láctea y la existencia de la Galaxia, citaremos a Kant y al propio Herschel, cuyos sondajes ya mencionados eran una prueba de la estructura profunda de la Vía Láctea y un intento de determinar las dimensiones de la Galaxia.

Estos sondajes eran recuentos de estrellas por magnitudes, en áreas elegidas a diferentes distancias del plano galáctico. De ellos resultaba que los astros más débiles (lo que en término medio corresponde a los más lejanos) son más numerosos en la vecindad de dicho plano. Para atribuir a sus sondajes profundidades por lo menos relativas, Herschel consideró la distancia como único factor determinante de la debilidad aparente de las estrellas. Desgraciadamente, hay otro factor esencial que tomar en cuenta: las estrellas tienen *brillos* intrínsecos muy diferentes; al-

gunas emiten 50.000 veces más energía luminosa que el Sol; otras, sólo la cien milésima parte de la energía emitida por nuestro astro central. Esta inmensa gama, de uno a cinco mil millones, falsea las conclusiones basadas en suponer todas las estrellas de igual brillo intrínseco.

Los recuentos efectuados a comienzos de nuestro siglo, aunque más refinados que los de Herschel han dado resultados engañosos y por la misma razón: las estrellas son de brillos intrínsecos muy diferentes para que a partir de estadísticas brutas (sin selección de las áreas empadronadas) se pueda obtener una idea correcta sobre las profundidades galácticas. Tan cierto es esto que hasta 1918 se admitía que el Sol ocupaba una posición sensiblemente central en la Galaxia (¿resabios de antropocentrismo?). Las apariencias de la Vía Láctea se prestan para creerlo así; un ojo no prevenido no descubre desigualdades notables en el ancho ni en la luminosidad de la cinta de estrellas en todo su largo. Las estadísticas brutas no pudieron destronar al heliocentrismo; al contrario, la densidad de la población estelar parecía decrecer en todas direcciones a partir del Sol. Ahora sabemos que estas conclusiones son falsas.

Los resultados decisivos datan de 1918 y fueron obtenidos por Harlow Shapley, entonces Director del Observatorio de Harvard. Shapley logró establecer el verdadero orden de magnitud de la Galaxia y la posición decididamente lateral del Sol dentro de ella. En su plano, la Galaxia se extiende, más o menos 100.000 años luz, o sea, 10^{18} Km., y comprende unas 10^{11} estrellas fuertemente acumuladas hacia el centro, en el cual el espesor sería de un sexto del diámetro, es decir, unos 15.000 años luz. El Sol se encuentra en una posición marginal, junto con todos los astros visibles sin instrumentos, a los dos tercios del radio a partir del centro. El espesor de la Galaxia en esta vecindad es menor: a lo más 3.000 años luz. El centro de la Galaxia se halla a 30.000 años luz de nosotros, en la dirección de Sagitario.

Ahora que nuestro ojo ha sido prevenido,

descubrimos que, precisamente en esa dirección, se acumulan las **nubes estelares más densas**, las aglomeraciones más numerosas, las napas de gases y polvo más copiosas. Allí es también donde aparece el mayor número de Novae y de estrellas variables de toda suerte.

La rotación de la Galaxia en torno de su centro ha confirmado, diez años más tarde, los resultados de Shapley. El estudio de este movimiento de rotación ha permitido calcular la masa de la Galaxia como igual a doscientos mil millones de veces la del Sol. La mitad de esta masa parece consistir en materia extremadamente rarificada en el espacio interestelar, análoga a la que se encuentra en las *nebulosas difusas*, pero menos densa todavía, y que sólo acusa su presencia por un enrojecimiento y una absorción parcial de la luz que la atraviesa. A expensas de estas nubes cósmicas se forman, aún en nuestros días, por condensación, estrellas inmensas y oscuras. La otra mitad de la masa galáctica se encuentra concentrada desde hace largo tiempo en las estrellas visibles.

La Galaxia aparece así como la pieza maestra de nuestro cielo; no sólo gravitamos en su interior, sino que todo lo que vemos parece formar parte de ella. Asombrados por la enormidad de sus dimensiones y por la riqueza de su contenido, algunos pudieron pensar, durante unos pocos años, que la Galaxia constituía por sí sola todo el Universo. A partir de 1924, en un renacimiento de amplitud y rapidez sin paralelos, la Astronomía ha podido establecer que nuestra Galaxia forma parte de una familia innumerable, cuyos miembros pueblan el espacio hasta donde hoy podemos llegar auxiliándonos por nuestros instrumentos más poderosos (10^9 años luz).

Las otras galaxias.—A mediados del siglo XVIII los telescopios habían revelado la existencia de algunos astros de contornos no definidos a los cuales se llamó nebulosas. Wright, Kant, Swedenborg, fueron los primeros en suponer que algunas nebulosas podían estar compuestas, como la Vía Láctea misma, de un tejido muy fino de estrellas,

demasiado fino para ser resuelto por los telescopios de que se disponía.

Se especuló, imaginando que se trataba de objetos análogos a nuestra propia Galaxia y se les dió el nombre de Universos-islas; nombre sugerente, pero poco apropiado.

Las nebulosas conocidas en el siglo de Kant no merecían tan alto honor. En su gran mayoría son nubes de gas frío mezclado con polvo y que brillan, algunas (nebulosas verdes) con una suerte de fluorescencia excitada por una estrella muy caliente suficientemente próxima, otras (nebulosas blancas) por simple reflexión de la radiación de astros vecinos. Estas nebulosas se extienden a veces por decenas de años luz, pero sus dimensiones y su masa total son prácticamente nulas frente a las de la Galaxia; no sólo se trata de objetos interiores a la Galaxia, sino que además son cercanos a nuestro sistema solar: resulta imposible observar las nebulosas difusas más alejadas, mezcladas como están en el campo estelar.

Al descubrirse, mediante el análisis espectroscópico, la verdadera naturaleza de las nebulosas difusas, alrededor de 1865, la hipótesis de los Universos-islas cayó en completo descrédito. Sin embargo, la intuición de los pioneros del siglo XVIII no era radicalmente falsa. En 1846, lord Rose pudo observar por primera vez un objeto celeste de estructura espiral (Messier 51). En 1850 había identificado catorce de estos objetos. Se les llamó nebulosas espirales. Después de lord Rose, el número de nebulosas espirales catalogadas creció lentamente, hasta que se introdujo el uso de la fotografía en las observaciones astronómicas, acelerándose el número de descubrimientos.

Las espirales nos aparecen bajo diversas inclinaciones: de plano, su contorno aparente es casi circular; en escorzo, su contorno es elíptico; vistas de perfil, las espirales son lenticulares: un núcleo central, como hueso de damasco, adornado en su plano ecuatorial por brazos delgados, que vistos de plano exhibirían la forma de espiras.

El examen de las fotografías de la bóveda celeste nos revela una sucesión prácticamente continua de objetos de la misma naturaleza, de diámetros y brillos decrecientes, desde las espirales bien detalladas y de gran diámetro aparente, hasta aquellas en que toda estructura desaparece: sólo su forma oblonga y el contorno impreciso permiten distinguirlas de las imágenes de las estrellas débiles. Siempre que el campo fotográfico esté suficientemente alejado de la Vía Láctea, se constata con estupor que las imágenes de espirales son más numerosas que las de estrellas: en la región del polo galáctico y hasta la magnitud 21 se cuentan 2.400 espirales por grado cuadrado y solamente 1.700 estrellas (telescopio Hooker de 2.5 m. de diámetro, de Mt. Wilson).

Los primeros ensayos fotográficos con el telescopio de 5 m. de diámetro de Monte Palomar muestran que se va a poder ganar por lo menos una magnitud y media sobre el Hooker. En algunos minutos de exposición han aparecido sobre la placa fotográfica las imágenes ahusadas y oblongas de las espirales en tal mayoría que verdaderamente resultaba necesario buscar las imágenes de las estrellas para descubrirlas en este campo de espirales.

A comienzos del siglo XX, una controversia dividió a los astrónomos sobre la verdadera naturaleza, el tamaño y la distancia de las espirales. Algunos creían que se trataba de objetos pequeños, interiores a la Galaxia y gaseosos como las nebulosas de que hablamos más arriba. Otros veían en las espirales los Universos-islas de Kant, es decir, grandes conjuntos de estrellas para los cuales el nombre de nebulosas no correspondía a ninguna realidad intrínseca, y cuya apariencia difusa se debía únicamente a la insuficiencia de nuestros medios de observación, al escaso poder de resolución de nuestros instrumentos. El análisis espectroscópico revelaba un espectro análogo al del Sol, pero esto no bastaba para precisar su naturaleza y transar la cuestión: las mezclas de gases y polvos, como la que baña a las Pléyades, pueden re-

flejar y difundir la luz de estrellas vecinas y poseer así un espectro de apariencia estelar.

El problema fué resuelto de una manera decisiva por Edwin P. Hubble, en 1924. En las fotografías que publicó, las espirales vecinas a nuestra Galaxia aparecen resueltas en miríadas de imágenes estelares (Espiral de Andrómeda, por ejemplo). Los brazos de esta espiral en que las estrellas se agrupan en nubes, están asociados a materiales gaseosos, oscuros o luminosos, y se muestran idénticos por su estructura a la Vía Láctea misma.

Tal como existen en la Galaxia, Hubble descubrió en las espirales cercanas, estrellas variables, conjuntos globulares, estrellas supergigantes y nebulosas gaseosas difusas. Pero la analogía con nuestra Galaxia no es sólo de estructura, sino además una analogía de tamaño y del orden de magnitud del contenido estelar total, lo que permite asimilar cada espiral a la Galaxia toda entera. Inversamente, aunque no conocemos bien su estructura, no hay duda que la Galaxia pertenece a la familia de las espirales.

Por otra parte, una fracción no despreciable de los islotes estelares observados (tal vez un cuarto) no presenta espiras: se trata de objetos esferoidales, que recuerdan el núcleo de un espiral, sin las espiras, o bien de objetos francamente irregulares, como las Nubes de Magallanes.

Todo nos invita a pensar que el Universo está poblado de estos objetos de estructura espiral, esferoidal o irregular, cada uno de los cuales contiene miríadas de estrellas; se les ha dado el nombre genérico de *galaxias*; la nuestra es una de tantas. La galaxia, con o sin espiras, regular o irregular, aparece como el elemento fundamental, unitario del Cosmos.

Recuento de galaxias.—El recuento de las galaxias hasta la magnitud 18 parece hoy completo y da por resultado, en promedio, 50 galaxias por grado cuadrado de la bóveda celeste. Como la esfera celeste tiene un poco más de 40.000 grados cuadrados, resulta una población de dos millones de galaxias, que

podrían ser catalogadas, si no fuera por la Vía Láctea y las brumas que la rodean. El núcleo central de nuestra Galaxia es otra fuente de perturbación. Por estas razones hay un aumento aparente de las galaxias cuando se va de la Vía Láctea hacia el polo galáctico.

Se ha encontrado que hasta la magnitud 17, el número total de galaxias catalogadas queda multiplicado por cuatro, en promedio, cuando se pasa de una magnitud entera a la inmediatamente superior. Este resultado está de acuerdo con lo que debe esperarse de una población uniforme de galaxias en un espacio claro, porque la razón entre los volúmenes sondeados al pasar de la magnitud m a la magnitud $m+1$ es aproximadamente de uno es a cuatro, como es fácil de demostrar. Cabe preguntarse ¿será válida la misma ley para magnitudes superiores?; en especial, ¿seguirán la misma ley la densidad y el número de galaxias entre las magnitudes 18 y 23, que será el límite de las posibilidades del gran telescopio de Monte Palomar? La respuesta a esta pregunta tiene importancia extraordinaria; bastaría para transar la cuestión de la curvatura del espacio.

En un primer examen la población de galaxias no parece uniforme: hay galaxias aisladas, pares de galaxias adyacentes, pequeños grupos de tres, cuatro o cinco unidades y aun conjuntos mayores, como el *grupo local*, al cual pertenecemos y en que se han identificado hasta ahora 19 miembros: Messier 51 de Andrómeda, Messier 33 de Triángulo, las dos Nubes de Magallanes, etc. Este grupo ocupa una esfera de aproximadamente un millón de años luz de radio y es posible que contenga algunos miembros menores.

Pero hay conjuntos mucho más numerosos que el grupo local, en que las galaxias se cuentan por millares y se extienden por decenas de millones de años luz. Algunos de estos conjuntos tienen una estructura regular y la distribución de sus galaxias comprueba la validez de la ley de Newton sobre distancias de algunos millones de años luz, tal como la hemos deducido del comportamiento de nuestro pequeño sistema planetario. Es-

tos inmensos dominios en que reina la ley de Newton probablemente son sólo transitorios, porque, según veremos más adelante, una ley diferente, inversa en sus efectos, es la que domina cuando se trata de distancias mayores.

Otros conjuntos de galaxias tienen contornos y distribuciones irregulares: se trata, tal vez, de la dislocación de conjuntos newtonianos, aunque muchas otras causas pueden explicar una organización compleja (encuentro y compenetración de dos conjuntos de galaxias, por ejemplo).

Desde que comenzó el estudio sistemático de las galaxias, hace unos 30 años atrás, el número de conjuntos de galaxias observados ha resultado grande. Sin embargo, se creyó que las galaxias pueblan el espacio aisladamente: se imaginaba un campo general de galaxias, en que las aglomeraciones de galaxias eran, en cierto modo, la excepción. Hoy se sabe que las dimensiones de los conjuntos de galaxias son tan grandes que más bien debe pensarse en un espacio poblado por dichos conjuntos y no por galaxias independientes.

La existencia de aglomeraciones de galaxias trae por consecuencia que, en primer examen, su distribución espacial resulte heterogénea; pero desde el momento que la estadística se extiende a campos suficientemente extensos con respecto a las dimensiones de un conjunto, la población del espacio aparece como *homogénea*. Ninguna dirección aparece como especialmente rica. No hay por qué pensar, entonces, en un sistema de orden superior, una Metagalaxia, que agrupara las galaxias, como una galaxia agrupa estrellas. Tampoco hay dirección alguna del espacio que aparezca como especialmente pobre en galaxias y que haga pensar que se apunta a un borde de la Metagalaxia supuesta.

La anterior es una descripción de la parte del Universo que conocemos, que podemos observar. Esta muestra ¿puede considerarse representativa?

La respuesta que se dé está ligada al pro-

blema de la finitud o infinitud del espacio físico. Sin duda que el Universo podría ser homogéneo, sea finito o no. Pero, si fuera infinito, la parte que conocemos resultaría despreciable y nunca podría considerarse como representativa. La ausencia de efectos de borde en el dominio actualmente accesible a la observación y el carácter uniforme de la población nos inducen a adherir a la hipótesis más simple y optimista: la muestra es aceptable y representativa.

LA RECESIÓN DE LAS GALAXIAS

Hacia mediados del siglo pasado Fizeau estableció definitivamente para la luz la ley que Doppler había enunciado 30 años antes. Según ella, cuando un observador se encuentra en movimiento respecto de una fuente luminosa, la longitud de onda de la radiación recibida por el observador está relacionada con la longitud de onda λ de la radiación emitida por la ecuación

$$\frac{d\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \quad (1)$$

en que $d\lambda$ es el efecto Doppler; v , la velocidad relativa al observador y de la fuente; c , la velocidad de la luz. $d\lambda > 0$ si la fuente se aleja del observador; $d\lambda < 0$, si la fuente se acerca al observador.

Si una estrella se aleja de un observador, el espectro de la luz emitida por el astro y que se puede obtener en un espectrógrafo, aparece desplazado hacia el rojo y el desplazamiento puede medirse comparando algunas de las rayas con las rayas homólogas de una fuente terrestre. Este desplazamiento del espectro no es una traslación, porque $d\lambda$ depende de λ . En efecto, la fórmula anotada nos dice que para un astro dado la fracción $\frac{d\lambda}{\lambda}$ es independiente de la longitud de onda, o sea, que el desplazamiento fraccionario de las rayas del espectro es el mismo para todas ellas, invariable a lo largo de todo el espectro. Dicho de otra manera más

técnica: el efecto Doppler no es selectivo. Esta característica permite distinguir el efecto Doppler de otros que pudieran traducirse en un decaje del espectro.

La fórmula relativista que substituye, corrigiéndola, a la expresada en (1) es

$$\lambda + d\lambda = \lambda \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2)$$

(Para las velocidades que se observan en la recesión de las nebulosas basta aplicar la fórmula clásica).

La medida del efecto Doppler permite, entonces, calcular la velocidad de la fuente respecto del observador. Con un buen espectrógrafo se pueden medir efectos Doppler que correspondan a velocidades relativas aún menores de un kilómetro por segundo, siendo menor el error relativo mientras mayor sea la velocidad de la fuente respecto del observador.

Ahora bien, las medidas de distancias de galaxias hechas por Hubble, por métodos muy ingeniosos que no describiremos, y las observaciones sobre el efecto Doppler debidas a Humason, permitieron establecer la ley de Hubble-Humason:

“Las galaxias se alejan de nosotros con una velocidad proporcional a su distancia. La constante de proporcionalidad es de $170 \frac{\text{Km}}{\text{seg}}$ por millón de años luz” (constante de Hubble).

La constante que figura en la ley enunciada recién se llama también constante de recesión o simplemente recesión y vale en el sistema C. G. S.

$$h = 1,8 \cdot 10^{-17} \text{ c. g. s.}$$

En las unidades utilizadas especialmente en Relatividad, en que el centímetro es la unidad de longitud y en que la unidad de tiempo es el que demora la luz en recorrer un centímetro, el valor de la recesión es

$$h = 6 \cdot 10^{-28} \text{ unidades relativistas}$$

Se puede decir que la ley de Hubble-Humason está bien comprobada para distancias comprendidas entre 7 y 250 millones de años luz y para velocidades de 1.000 a 42.000 km/seg.

La huída de las galaxias es real.—Mientras las velocidades radiales observadas fueron modestas, digamos inferiores a mil kilómetros por segundo, nadie pensó en poner en duda el efecto Doppler como explicación del decaje de las rayas espectrales. Pero, cuando las velocidades calculadas a partir de los espectrogramas crecieron hasta alcanzar un séptimo de la velocidad de la luz, poniendo en jaque la noción de un Universo confortable y estático; cuando las observaciones parecían conducir a concepciones demasiado novedosas y revolucionarias de las nociones de espacio y de Universo, los espíritus conformistas se alarmaron y trataron de eludir la explicación del corrimiento de las rayas del espectro hacia el rojo como un efecto Doppler, buscando en substitución una explicación *ad hoc*.

Parece poco de acuerdo con una sana metodología científica tratar de encontrar una explicación ideada exclusivamente para describir el decaje de las rayas espectrales por el solo hecho que la explicación más natural, el efecto Doppler, conduce a conclusiones demasiado atrevidas. Citaremos algunas de las explicaciones ofrecidas.

El efecto Einstein.—Las radiaciones emitidas en un campo de gravitación intenso son percibidas por el observador terrestre con una frecuencia y una energía disminuídas. El efecto es particularmente grande en el caso de las enanas blancas. Pero el corrimiento hacia el rojo del espectro de las galaxias no podría explicarse así, porque los campos de gravitación de estos islotes de materia no tienen por qué crecer proporcionalmente a su distancia a nuestra galaxia. También resulta inadecuada la explicación que tiene en cuenta la acción progresiva sobre la frecuencia de la luz de los campos de gravitación atravesados en su trayecto.

El efecto Compton.—El choque de un fo-

tón con una partícula errante disminuye la energía del fotón y alarga en consecuencia su longitud de onda. Los choques repetidos durante el trayecto del fotón provocarían un decalaje proporcional, en término medio, al número de partículas encontradas, es decir, al camino recorrido. Esta explicación no tiene en cuenta que por el choque el fotón puede desviarse; un efecto Compton sin dispersión no tiene justificación alguna y dicha dispersión no se observa en las placas fotográficas. Además, si la explicación fuera válida, no habría razón para que los valores de $\frac{d\lambda}{\lambda}$ fueran independientes de la longitud de onda, como ocurre con el efecto Doppler. La independencia mencionada ha sido comprobada por Tolman, en 1934, con un error menor del 3%.

Variación de las constantes de la naturaleza.—En 1938, Dirac ha propuesto esta posibilidad de explicación. Pero la evolución de las constantes universales parece tener por consecuencia una variación de la temperatura terrestre en los últimos mil millones de años que no estaría de acuerdo con las observaciones geológicas.

Hay más aún. La recesión de las galaxias y la teoría de la Relatividad tienen destinos ligados, son solidarias:

Si el desplazamiento de las rayas espectrales tuviera lugar sin que existiera recesión, se podría concebir que la fuente luminosa y el observador estuvieran ligados por una regla rígida. Una luz monocromática enviada de la fuente al observador y reflejada hacia la fuente, llegaría a ésta con una frecuencia distinta de la frecuencia con que fué emitida. La velocidad, medida localmente, de un rayo luminoso que no ha abandonado el sistema rígido constituido por la fuente y el observador, dependería del tiempo, lo que contradice a la teoría de la relatividad restringida.

Más todavía: el vaivén de una señal óptica entre la fuente y el observador constituiría un reloj que no estaría en coincidencia con

un reloj (atómico, por ejemplo), colocado en la fuente; más exactamente, la relación entre los tiempos marcados por los dos relojes no sería lineal.

La recesión no es antropocéntrica.—Alguien podría preguntar: ¿la huída de las galaxias con velocidades que varían proporcionalmente a la distancia que nos separa de ellas, significa, por ventura, que somos el centro de repulsión del Universo?; ¿admitir la recesión como real, no es acaso caer de nuevo en el antropocentrismo?; ¿no significa darle un papel privilegiado al islote de materia en que vivimos?

Eddington ha imaginado un ejemplo que explica las cosas de una manera muy gráfica: Imaginemos un globo de goma en el cual se hubieran marcado numerosas pequeñas manchas. Inflamos el globo. El sistema de manchas nos servirá para imaginarnos el movimiento relativo del sistema de galaxias. Las manchas se alejan unas de otras, sin que ninguna tenga privilegio sobre las demás, y el monto en que crece la distancia entre dos manchas cualesquiera es proporcional a dicha distancia (medida sobre la superficie del globo). Durante el proceso de inflar el globo se cumple una ley de Hubble.

En esta imagen, cada mancha M permanece inmóvil sobre la superficie de goma. Si se toma como sistema de referencia el grupo de manchas más cercanas, la velocidad de M respecto del centro del grupo será despreciable (al hablar de centro podemos referirnos, por ejemplo, al centro de distancias medias, que en el modelo jugaría el papel de centro de masas). Al contrario, con respecto a un grupo de manchas diametralmente opuesto en la superficie del globo de goma, la velocidad de M será la mayor posible. Así la velocidad de la mancha será nula respecto a su grupo local y muy grande respecto de las manchas más alejadas de su "Universo", y esto cualquiera que sea la mancha considerada.

La cuestión del desplazamiento de las rayas espectrales hacia el rojo en la luz prove-

niente de galaxias lejanas la veremos de nuevo al examinar algunos de los modelos cosmológicos propuestos.

LAS COSMOLOGÍAS RELATIVISTAS

Nuestro punto de vista ha cambiado, sin duda, mucho desde los tiempos de Lagrange; los problemas que se plantean al teórico son también muy diferentes. La Cosmología no es ya el Sistema del Mundo, limitado a explicar los movimientos de nuestro Sistema Planetario; abarca ahora el estudio de la naturaleza y de la distribución general, en cuanto a posición y movimiento, de la materia y energía de todo el Universo observable.

Las observaciones, según lo hemos dicho ya, han dado base a la noción que la distribución y el movimiento de la materia en cualquiera región del espacio suficientemente grande de este Universo son, a grandes rasgos, sustancialmente los mismos que en cualquiera otra región de dimensiones semejantes, cualquiera que sea su posición y orientación. Esta supuesta uniformidad en los grandes rasgos implica una cierta forma de un principio de relatividad, algunas veces llamado con propiedad, *principio cosmológico*. Una idealización del Universo real tan cruda como la indicada, debe ser una en que las aglomeraciones de materia en estrellas y galaxias y aun en grupos de galaxias, quedan reemplazadas por un substrato repartido que sólo conserva las uniformidades comunes a todas las regiones.

Llamaremos *cosmología relativista* al estudio de esta distribución "suavizada" de galaxias, regidas por el principio cosmológico, por lo menos en un sentido estadístico; es decir, al estudio de una distribución de materia en que la uniformidad en los grandes rasgos se cumpla en promedio.

Ley de gravitación en el espacio vacío.—Hagamos un breve paréntesis de carácter geométrico.

La geometría euclidiana es desde la partida una geometría *global*; *integral*, como di-

cen los matemáticos: define rectas *ilimitadas*, paralelas que van al *infinito*. Riemann, al contrario, ha colocado las bases de geometrías *diferenciales*, fundadas sobre la posibilidad de evaluar la distancia ds de dos puntos vecinos. Riemann considera la medida como la operación fundamental. Las leyes o *métricas* que nos dan el valor de la distancia ds dependen, según él, *no del espacio en sí, sino de las fuerzas de ligazón entre los cuerpos sumergidos en dicho espacio*. Por esta concepción, Riemann es un precursor de Einstein.

Desde el comienzo del siglo XX, la aparición de teorías como la de Relatividad y la de los Quanta, ha mostrado que la palabra espacio no tienen ningún significado físico si no va ligada a nuestras percepciones y mediciones. Se puede soñar un espacio vacío, en el cual no se aloja ningún cuerpo, por el que no atraviesa ninguna radiación, o donde no reina ningún campo; pero en vano se esperaría que dicha concepción condujera a las propiedades del espacio físico. En la física clásica, el papel del espacio era puramente secundario, apenas el de un marco de referencia, indiferente a los fenómenos que se desarrollan en su interior; hoy el espacio físico aparece en el primer plano de la descripción de los fenómenos: interviene por la geometría de los campos de gravitación, de los campos electromagnéticos, por la presencia de la materia y de la radiación y en cierto modo se identifica con todos ellos.

Un espacio de Riemann está determinado por su métrica

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \quad (3)$$

y los coeficientes que figuran en la expresión de la métrica están, a su vez, determinados por las ecuaciones diferenciales que expresan las relaciones entre espacio, tiempo, materia y radiación. El espacio de Riemann cobra mediante estas ecuaciones diferenciales un significado físico. Los valores de los coeficientes de la métrica son, en general, funciones de punto cuya forma depende de la distribución de materia y radiación.

Desde el punto de vista matemático, la con-

secuencia más importante, tal vez, del principio de relatividad es que las ecuaciones de la física teórica deben ser ecuaciones tensoriales. Los coeficientes que aparecen en la expresión de la métrica son precisamente las diez componentes de un tensor en un espacio de cuatro dimensiones (el espacio-tiempo), llamado *tensor fundamental del espacio-tiempo*. ¿Qué relación deben cumplir estos diez coeficientes en el caso del espacio vacío de materia y radiación? Según lo dicho, la relación debe ser de carácter tensorial; Einstein ha establecido que la ley local de la gravitación, *en el vacío*, se expresa por la anulación de un tensor G_{ij} , cuyas componentes se pueden obtener a partir de las componentes del tensor fundamental. Dicho en forma escueta, la ecuación

$$G_{ij} = 0 \quad (4)$$

del campo gravitacional en el espacio vacío se encuentra basándose en la exigencia de la relatividad generalizada que prescribe que *la expresión matemática de una ley física debe conservar su forma cualquiera que sea el cambio de coordenadas que se haga*, e identificando localmente los efectos de la gravedad con los de la inercia en sistemas de referencia acelerados.

La identidad de la masa pesante y de la masa inerte, de la que la física clásica no había hecho otra cosa que tomar nota, hacía posible este malabarismo matemático, permitiendo descubrir la ley de la gravitación por medio de simples juegos de escritura.

Las exigencias del enunciado subrayado más arriba son tan draconianas que se podía haber temido que fuera imposible satisfacerlas. Su consecuencia para la teoría física es que leyes como la de la atracción newtoniana, que no satisfacen al postulado, no pueden ser exactas y representan, a lo sumo, aproximaciones (aunque, a decir verdad, en el caso citado, muy buenas aproximaciones). La experiencia así lo ha confirmado: la ley de Newton es sólo una aproximación, extraordinaria ciertamente, pero aproximación al fin (perihelio de Mercurio), y está conteni-

da en la ecuación (4) cuando se desprecian en ella algunos términos que sólo tienen importancia en casos extremos (extremos en la mecánica celeste clásica).

La ecuación (4) permite descubrir las propiedades locales del espacio no ocupado por materia. Se elige un sistema local S de coordenadas, euclidiano, galileano, y se refieren a él los sistemas locales T de la relatividad generalizada que tengan respecto de S una aceleración pequeña. En estas condiciones, es posible juzgar los acontecimientos en los sistemas T en función de medidas efectuadas con reglas y relojes del sistema euclidiano S (espacio euclidiano tangente). Cualquiera que sea la elección de S , las configuraciones de reglas rígidas que describen los sucesos de T no siguen las leyes de Euclides (no se cumple, por ejemplo, el teorema de Pitágoras). Es en este sentido que se dice que el espacio posee una *curvatura*.

El problema cosmológico.—Cada masa material introduce en el Universo una irregularidad en la métrica local; altera la curvatura local del espacio. La masa en cuestión puede ser una estrella, o una galaxia, por ejemplo.

Alguien podría desear la posibilidad de imaginar un Universo que a grandes rasgos fuera euclidiano; en que el carácter euclidiano se perdiera solamente de manera local, accidental. Desgraciadamente, la cuestión no es tan sencilla, pues cabe imaginar que las propiedades del espacio, en conjunto, a gran escala, dependan también de la distribución de masas, como ocurre con las propiedades locales.

Para estudiar esta última posibilidad es necesario hacer algunas simplificaciones. Desde luego, para zafarse de las dificultades matemáticas que introducen las irregularidades locales, es preciso pensar en distribuir uniformemente la materia en el espacio interestelar. Se llena, así, el espacio de una neblina material, muy tenue, pero cuya densidad no es nula. Hecho esto, ya no hay vacío y habrá que corregir la ley de la gravitación expresada en (4), adecuada sólo para el espa-

cio vacío. Debemos buscar la ley de la gravitación en el seno del espacio ocupado por la materia.

Ley del campo de gravitación en presencia de energía (materia y radiación).—En la teoría newtoniana de la gravitación, hay una relación que asocia el potencial gravitacional ϕ con la densidad de materia ρ y la constante de gravitación universal k

$$\nabla^2\phi = 4\pi k\rho \quad (5)$$

Es la conocida ecuación de Poisson. Einstein la toma por modelo y por guía en el proceso de generalización que lo lleva a la ley de la gravitación en presencia de la energía.

Veamos cómo modifica Einstein los términos de la ecuación (5).

En la ecuación de Poisson, la presencia de la materia está representada por la densidad de materia, o sea, por el término del segundo miembro. En la ecuación modificada, la presencia de la materia se traducirá por un tensor nuevo T_{ij} , pariente de la densidad ρ de Poisson. Este nuevo tensor debe ser tal que queden garantizados los principios de conservación de la física: conservación de la masa, de la energía, de la cantidad de movimiento. La relatividad asocia estos principios en uno solo: la conservación de la impulsión-energía. El tensor T_{ij} que reemplaza a la densidad ρ es, entonces, el tensor de energía por unidad de volumen, que incluye no sólo el tensor de la energía de la materia ponderable, sino también el de la energía electromagnética. La estructura de este tensor sólo la conocemos provisionalmente por la insuficiencia de nuestros conocimientos sobre el campo electromagnético de cargas concentradas.

Ahora, ¿cómo queda reemplazado el primer miembro de la ecuación de Poisson? Dice Einstein:

Si existe una ecuación análoga a la de Poisson en la teoría generalizada de la relatividad, entonces dicha ecuación debe ser una ecuación tensorial satisfecha por el tensor g_{ij} del potencial gravitacional; el tensor de energía de la materia debe aparecer en el

segundo miembro de esta ecuación. En el primer miembro debe haber un tensor que contenga las derivadas de los g_j ; debemos encontrar este tensor. Queda determinado completamente por las siguientes tres condiciones:

1. No debe contener derivadas de los g_{ij} de orden superior al segundo.
2. Debe ser lineal y homogéneo en las segundas derivadas.
3. Su divergencia debe ser idénticamente nula.

Mediante estas exigencias, Einstein obtiene la ley del campo gravitacional en presencia de materia y radiación:

$$G_{ij} - \frac{1}{2}G g_{ij} = -\kappa T_{ij} \quad (6)$$

en que G es un invariante deducido de G_{ij} y κ una constante ligada a la de la gravitación universal:

$$\kappa = \frac{8\pi k}{c^2} = 1,86 \cdot 10^{-27} \text{ c.g.s.} \quad (7)$$

El coeficiente $-\frac{1}{2}$ que figura en la ecuación (6) resulta de la aplicación de la tercera de las condiciones enumeradas. El coeficiente κ es una consecuencia de un principio de conservación.

No es necesario que el lector comprenda las fórmulas anotadas y especialmente la (6). Pero es necesario que ella figure en nuestra exposición: no sólo es esencial en los desarrollos de la cosmología relativista, sino que para explicar las modificaciones que se le han introducido es preciso por lo menos tener presente su forma.

Simplificaciones introducidas al problema cosmológico.—1. Se considera un Universo ficticio, lleno de una niebla material inmóvil.

2. Se supone la densidad de esta niebla *uniforme* en toda su extensión.

3. Se supone la métrica del espacio independiente del tiempo. Es aquí donde Einstein, inconscientemente, ha añadido a las dos convenciones simplificadoras anotadas arriba, una que según parece es innecesaria.

Esta condición escondida, subrepticia, implícita, le trajo dificultades enormes. La Relatividad generalizada se reveló, por así de-

cirlo violentamente contra este estatismo y Einstein sólo pudo salvar la dificultad modificando su ley del campo gravitacional. Por esta limitación, *a priori* e involuntaria del problema a su aspecto estático, se le escaparon a Einstein las soluciones más generales y más sencillas matemáticamente, soluciones que corresponden a universos de volumen variable.

4. En esta etapa del problema Einstein busca una figura riemanniana del Universo que sea *homogénea e isotrópa*; es decir, cuyos puntos y cuyas direcciones sean todos geoméricamente equivalentes.

Estas condiciones de apariencias tan anodinas restringen radicalmente el número de modelos posibles.

En el espacio de Euclides, los desplazamientos conservan la forma de los cuerpos (a menudo la congruencia de dos figuras se demuestra por superposición). Por el contrario, los espacios de Riemann no son homogéneos, en general, y los desplazamientos modifican las formas.

Fuera del euclidiano, los únicos espacios riemannianos homogéneos son:

a) el de *Lobatchewsky*, que es un espacio *abierto*; es decir, con puntos al infinito.

b) el espacio *esférico*, de curvatura constante positiva, que es un espacio *cerrado*.

Einstein demostró que esto último era la única solución del problema, en los términos en que él se lo había planteado.

La solución de Einstein presentaba como *caso límite* un Universo euclidiano (o cuasi-euclidiano; espacio esférico de radio infinito) *sólo si la densidad era nula*, lo que no está de acuerdo con nuestras observaciones. En la época en que se creía que nuestra Galaxia sola constituía todo el Universo, esta posibilidad podía tenerse en cuenta: un solo islote de materia, por gigantesco que sea, da una densidad *nula* si se le reparte en un volumen infinito. Pero la continuidad de los campos de galaxias que resulta de las observaciones astronómicas parece más de acuerdo con una densidad media no nula.

Aceptado que la densidad media no es nu-

la, la solución del problema encontrada por Einstein significaba un Universo *finito*: su radio de curvatura puede calcularse cuando se conoce la densidad. Desgraciadamente, esta solución de densidad no nula, única posible con las condiciones que se había impuesto Einstein, implicaba una presión *negativa*, constante en todo punto del espacio, para la cual no existe justificación física alguna.

Decidido a salvar este escollo, Einstein terminó por darse cuenta en 1917 que las ecuaciones de la Relatividad permitían introducir un nuevo término en la ley del campo Λg_{ij} , en que Λ es una constante universal, llamada constante *cosmológica*:

$$G_{ij} - \frac{1}{2}G g_{ij} + \Lambda g_{ij} = T_{ij} \quad (8)$$

Se ha podido demostrar que la nueva forma de la ecuación del campo encontrada por Einstein es la ecuación tensorial de segundo orden más general que pueda hallarse y que satisfaga a las condiciones que sirvieron de base para modificar la ecuación de Poisson.

La teoría de la Relatividad es incapaz de fijar el valor numérico, ni siquiera el signo de la constante cosmológica. Debemos recurrir a la observación. Apliquemos la ecuación (8) al espacio vacío; se obtiene

$$G_{ij} + \Lambda g_{ij} = 0 \quad (9)$$

Pero hemos visto que el movimiento de los planetas (recuérdese la mención al perihelio de Mercurio) se verifica conforme a la ecuación

$$G_{ij} = 0$$

por lo menos dentro de la precisión de nuestras observaciones. Debemos concluir, entonces, que la constante cosmológica es tan pequeña que sus efectos son despreciables en el seno del sistema solar. Por lo que se refiere a las observaciones a distancias comparables con las dimensiones de nuestro sistema planetario, la constante cosmológica bien pudiera ser nula.

Pero los efectos de Λ crecen con el tamaño del dominio considerado. El análisis de la ecuación modificada del campo gravitacio-

nal revela que la introducción del término Λ introduce en el Universo una *repulsión* proporcional a la distancia a partir del punto considerado como origen. Esta repulsión cósmica se superpone a la atracción newtoniana. Despreciable a pequeñas distancias (pequeñas, pero del orden de magnitud de las dimensiones del sistema solar), sobrepasa a la atracción cuando las dimensiones son suficientemente grandes y reina sin rival cuando se trata de las galaxias más lejanas.

Es difícil no intentar relacionar la huída de las galaxias con esta repulsión implícita en la ecuación modificada del campo gravitacional. Un análisis posterior ha mostrado que no era necesaria la introducción de un término cosmológico en las ecuaciones del campo, para explicar la expansión: bastaba abandonar la hipótesis implícita de una métrica independiente del tiempo.

El Universo estático de Einstein.—En el estado actual de nuestros conocimientos, la ecuación (8) es la que mejor representa, a la escala macroscópica, las propiedades *locales* del Universo. Es lógico, entonces, tomarla como base para investigar un esquema general del Universo, agregando las hipótesis que puedan resultar convenientes. Estas hipótesis adicionales son las que sirven para determinar la expresión del elemento de arco ds del espacio-tiempo. Einstein admite:

a) la independencia de la métrica espacial respecto del tiempo;

b) la homogeneidad e isotropía del espacio;

c) la existencia de un Universo euclidiano tangente en todo dominio suficientemente pequeño en que la densidad de materia sea baja.

Esta última condición está de acuerdo con nuestra experiencia cotidiana, en que la geometría clásica y la relatividad restringida resultan suficientes. El ds^2 buscado deberá reducirse al de la relatividad restringida, si las dimensiones consideradas son pequeñas y si el campo de gravitación es despreciable.

Con estas hipótesis, Einstein obtuvo, en 1916, la siguiente expresión para ds^2 :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2 [d\chi^2 + \text{sen}^2 \chi (d\theta^2 + \text{sen}^2 \theta d\varphi^2)] \quad (10)$$

en que c es la velocidad de la luz; t designa el tiempo; θ , φ y χ son parámetros angulares de espacio y R es una constante relacionada con la constante cosmológica a través de la ecuación

$$\Lambda = \frac{1}{R^2} = \frac{4\pi k}{c^2} \rho \quad (11)$$

Llama de inmediato la atención que en la ecuación (10) el tiempo aparece explícito, separado en un término que no contiene ningún parámetro espacial. El tiempo escurre libremente, con lo cual queremos decir que su escurrimiento no está ligado al lugar.

Para obtener las propiedades del Universo en un instante dado, basta suprimir en la ecuación (10) el término que contiene al tiempo. Restan los términos puramente espaciales, como era de esperar, en virtud de la hipótesis a). La métrica espacial es la de un espacio esférico, de radio R . El parámetro angular χ puede variar entre cero y 2π , correspondiendo ambos valores extremos al punto ocupado por el observador: el Universo resulta cerrado, y la mayor distancia que se puede dar dentro de él es la que separa al observador del punto para el cual χ vale π ; es decir, dicha distancia máxima es πR . El volumen total de este espacio esférico es $2\pi^2 R^3$ y, siendo ρ la densidad media de materia, la masa total será

$$M = 2\pi^2 R^3 \rho \quad (12)$$

En el Universo estático de Einstein existen, pues, tres relaciones independientes entre las cuatro cantidades fundamentales M , R , ρ y Λ . El conocimiento de una cualquiera de ellas determina las otras tres; basta emplear las ecuaciones (11) y (12).

De las cuatro cantidades mencionadas la más accesible a la observación parece ser la densidad media ρ . Si se considera que el segmento de Universo explorado por nuestros telescopios es representativo, podemos atribuir a ρ el valor 10^{-29} g/cm³; pero sería vano introducir este valor numérico en

las fórmulas anotadas, porque ellas son válidas para un Universo estático, en el cual ya nadie piensa.

El Universo de De Sitter.—En 1917 el astrónomo holandés De Sitter mostró que la ley general de la gravitación podía satisfacerse con otra expresión de ds^2 , distinta de la encontrada por Einstein, a condición que se supusiera nula la densidad de materia. Se trata de un Universo vacío, que no contiene materia ni radiación en cantidades sensibles.

Aceptada la hipótesis de densidad nula (y de presión de radiación nula), De Sitter pudo encontrar la expresión del intervalo del espacio-tiempo, recurriendo a las otras dos condiciones ya enunciadas en b) y c): homogeneidad material y Universo euclidiano tangente. La expresión es la siguiente:

$$ds^2 = c^2 \cos^2 \chi dt^2 - R^2 [\dots] \quad (13)$$

Los términos de espacio son idénticos a los que aparecen en la expresión del intervalo en el Universo estático de Einstein. El espacio en el Universo de De Sitter también es hipersférico.

La diferencia reside en el término que contiene al tiempo, en el cual aparece ahora el parámetro angular χ . El tiempo no es libre en el modelo de De Sitter: su medida depende de la distancia $R\chi$ al observador.

En el Universo de Einstein, para un reloj en reposo, para el cual $d\theta$, $d\varphi$, $d\chi$ son nulos, el intervalo vale simplemente

$$ds^2 = dt^2 \quad (14)$$

resultado que se obtiene inmediatamente a partir de (10). En cambio, en el Universo de De Sitter, en condiciones similares, se tiene

$$ds^2 = R^2 \cos^2 \chi dt^2 \quad (15)$$

con lo cual la medida del tiempo resulta proporcional a $\sec \chi$.

Esta propiedad del Universo de De Sitter es sumamente interesante pues, si fuera válida, el período de los fenómenos atómicos,

incluso el de la luz emitida por un astro y registrada en nuestros espectrógrafos, sería mayor mientras más alejada estuviera la fuente luminosa. Las rayas espectrales de los objetos lejanos, como las galaxias acusarían un desplazamiento hacia el rojo que se superpondría al efecto Doppler corriente y al efecto Einstein.

No hay duda que si con el andar del tiempo llegara a establecerse que el efecto De Sitter, o sea, la dependencia de la escala de tiempo con respecto a la distancia del observador, expresada en la ecuación (15), corresponde a algo real, nuestra concepción del tiempo sufriría cambios de gran importancia. En un lugar cualquiera, *todos* los fenómenos transcurrirían en una escala de tiempo que dependería de la distancia al observador; no sólo las vibraciones luminosas registradas por nuestros espectrógrafos serían más lentas, mientras más alejado esté el objeto que las emite; a la distancia

$$\chi = \frac{1}{2} \pi$$

todo cambio ds necesitaría un intervalo de tiempo infinitamente grande. En este "horizonte" del Universo, el tiempo se detiene.

A primera vista, esta nueva solución del problema cosmológico puede parecer vana, puesto que implica un Universo vacío, mientras que el Universo real indudablemente contiene materia. Estrictamente hablando, la solución es puramente ficticia y corresponde a un Universo utópico. Pero no por eso carece de interés: se la puede considerar como un caso límite, como una solución asintótica.

La ley de la gravitación admite dos clases de Universos en *equilibrio*:

Universo *lleno*; es decir, que contiene tanta materia que la atracción y la repulsión se equilibran en todo punto; es la solución de Einstein;

Universo *vacío*; solución de De Sitter.

El Universo real no está estrictamente vacío, ni estrictamente en equilibrio. ¿Podría ocurrir, sin embargo, que ya se encuentre

en un estado cercano al descrito por De Sitter?; ¿no tenderá, acaso, hacia dicho estado, como límite? ¿Estamos en situación de decidir si la densidad media del segmento de Universo que conocemos es igual al *lleno* de la solución de Einstein, o si es tanto menor que dicho *lleno* teórico para que la solución de la *nada* de De Sitter esté mejor de acuerdo con el Universo real?

Si en el Universo de De Sitter se introduce un observador en el origen de coordenadas y una partícula material, libre, inerte, esta partícula describirá respecto del observador una trayectoria convexa hacia el observador, como si fuera repelida por éste. Todo ocurre como si el origen de coordenadas fuera un centro de repulsión cuya acción fuera proporcional a la distancia. En el Universo de Einstein, la fuerza repulsiva introducida por el término que contiene la constante cosmológica se hace equilibrio con la fuerza atractiva newtoniana. De Sitter suprime esta última, suprimiendo la materia.

Vemos el extraño dilema a que llegan las dos *teorías estáticas*: o bien el Universo contiene materia, pero no hay recesión; o bien el Universo es vacío y la recesión existe.

De hecho, nuestro Universo contiene materia que huye en todas direcciones. Se hace necesario, pues, buscar otras soluciones. El gran mérito del trabajo de De Sitter es haber sugerido la transición hacia las cosmologías con métrica cuyos coeficientes son función del tiempo.

Los modelos de Friedmann-Einstein.—Ya en 1922 el matemático ruso Friedmann demostró que es posible conciliar la existencia de una densidad de materia no nula con las ecuaciones del campo de gravitación, *sin introducir la constante cosmológica* y sin que se llegara a presiones negativas, abandonando la hipótesis hecha inconscientemente por Einstein de una métrica espacial independiente del tiempo.

En 1945 Einstein publicó algunas páginas en que solidariza con la solución de Friedmann y repudia el uso de la constante cosmológica. Dice Einstein:

“La introducción de este segundo término (se refiere al término que contiene la constante cosmológica) constituye una complicación de la teoría que reduce seriamente su simplicidad lógica. Su introducción sólo puede justificarse por la dificultad producida por la introducción casi inevitable de una densidad de materia no nula. Podemos hacer notar, de paso, que en la teoría de Newton existe la misma dificultad.

“El matemático Friedmann encontró una salida para este dilema. Sus resultados encontraron luego una confirmación sorprendente en el descubrimiento hecho por Hubble de la expansión del sistema estelar (un corrimiento hacia el rojo de las rayas espectrales que crece uniformemente con la distancia)”.

Agrega, más adelante:

“La introducción del término cosmológico en las ecuaciones de la gravitación, aunque posible desde el punto de vista de la relatividad, debe rechazarse desde el punto de vista de la economía de pensamiento. Como lo demostrara por primera vez Friedmann, se puede conciliar una densidad de materia finita en todo punto con la forma original de las ecuaciones de la gravedad si se admite la variabilidad en el tiempo de la métrica espacial”.

Y en una nota:

“Si la expansión de Hubble hubiera sido descubierta cuando fué creada la teoría de la relatividad generalizada, el término cosmológico jamás habría sido introducido. Parece ahora tanto menos justificado introducir tal término en las ecuaciones del campo, desde que su introducción pierde su única justificación original —la de conducir a una solución natural del problema cosmológico”.

Vamos a exponer brevemente las etapas de la solución de Friedmann.

Se supone que el espacio es isótropo en todo tiempo y en todo lugar, para un observador en reposo respecto de la materia que lo rodea, pero no se supone que la densidad de materia permanezca constante a lo largo del tiempo: así abandonamos la hipótesis tá-

cita que el campo métrico es independiente del tiempo.

Mediante una elección conveniente de coordenadas, la hipótesis de isotropía espacial se traduce en la siguiente métrica:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - G^2 A^2 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2) \quad (16)$$

G es una función del tiempo *solamente*, que expresará el cambio relativo de distancia, con el tiempo, entre dos puntos materiales. La métrica es la de una superficie hiperesférica (en que la curvatura es la misma en todo punto de las tres dimensiones para G fijo, es decir, para un mismo valor de t).

Expresando en seguida que este espacio posee un espacio euclidiano tangente, aparece que A es sólo función de $r^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ siendo r la distancia al origen en el espacio euclidiano tangente. Resulta:

$$A = \frac{1}{1 + \frac{z}{4} r^2} \quad z = \begin{cases} + 1 \\ - 1 \\ 0 \end{cases} \quad (17)$$

Los tres valores de z corresponden a:

$z = + 1$, el espacio es esférico y cerrado.

En tal caso G representa el radio en el instante t .

$z = - 1$, el espacio es de curvatura negativa constante, abierto y con puntos al infinito (pseudoesférico).

$z = 0$, el espacio es euclidiano.

Substituyendo la expresión de la métrica en las ecuaciones del campo se encuentran las ecuaciones diferenciales

$$\left. \begin{aligned} \frac{z}{G^2} + \frac{G'^2}{G^2} + \frac{2G''}{G} &= 0 \\ \frac{z}{G^2} + \frac{G'^2}{G^2} - \frac{\kappa\rho}{3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

en que los acentos indican derivación respecto del tiempo.

Las ecuaciones (18) definen todos los modelos en expansión (o contracción). La interpretación de sus términos es sencilla

z/G^2 es la curvatura del espacio en el instante t .

G'/G es la recesión h , porque G es una medida relativa de la distancia entre dos partículas y G' la velocidad con que varía G .

A no aparece en las ecuaciones (18). como debe ser si es que ha de haber soluciones de las ecuaciones de la gravitación que posean la simetría estipulada. Restando las ecuaciones obtenemos:

$$\frac{G''}{G} + \frac{\kappa\rho}{6} \quad (19)$$

Como G , κ y ρ son positivos, G'' es negativo. La función $G(t)$ no puede tener entonces ni mínimos ni puntos de inflexión. Además, no hay solución para la cual G sea constante; es decir, *un Universo estático es imposible*.

La segunda de las ecuaciones (18) se puede escribir

$$z/G^2 = \text{curvatura} = \frac{\kappa\rho}{3} - h^2 \quad (18a)$$

El signo de z , es decir, la variedad de espacio en que vivimos, va a depender exclusivamente del signo del segundo miembro.

Las cantidades h y ρ son accesibles a la observación. Debiera ser entonces posible decidir experimentalmente el signo de z .

h es bien conocido por la ley de Hubble-Humason.

$$h = 6 \cdot 10^{-28} \text{ unidades relativistas}$$

En cambio la densidad se conoce bastante mal. La materia visible conduce a un valor de la densidad del orden de 10^{-29} g/cm.³ Substituyendo valores se encuentra

$$z/G^2 = 0,6 \cdot 10^{-56} - 36 \cdot 10^{-56}$$

El resultado es *negativo*, pero debe observarse que los dos términos son de orden parecido.

La materia oscura podría ser cien veces más abundante que la materia brillante si se hubiera detectado su presencia. En este caso, el segundo miembro sería positivo y el Universo tendría curvatura constante positiva; sería cerrado, finito y el valor de G sería su radio de curvatura.

Si la densidad de la materia oscura fuera despreciable, lo que corresponde al valor que actualmente se atribuye a ρ , habría que concluir que el Universo tiene curvatura constante negativa y que posee puntos al infinito.

En el caso límite en que la densidad fuera $60 \cdot 10^{-29}$ g/cm.³ el segundo miembro de (18-a) sería nulo y el Universo no poseería curvatura espacial alguna.

Caso especial de curvatura espacial nula ($z=0$).—La sección del Universo a tiempo constante es euclidiana. Las ecuaciones (18) se reducen a

$$\left. \begin{aligned} 3h^2 + 2h' &= 0 \\ 3h^2 &= \kappa\rho \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

La relación entre recesión y densidad que aparece en la última ecuación se puede comparar con la experiencia, por lo menos en lo que concierne al orden de magnitud. Con los valores de h y κ que hemos transcrito anteriormente resulta

$$\rho = \frac{3h}{\kappa} = \frac{3 \cdot 36 \cdot 10^{56}}{1,86 \cdot 10^{27}} = 5,8 \cdot 10^{-28} \text{ g/cm.}^3$$

Este valor corresponde, en lo que se refiere a su orden de magnitud, más o menos a las estimaciones dadas por los astrónomos a base de las masas y paralajes de las estrellas visibles y de los sistemas de estrellas. Por ejemplo, G. C. McVittie dice: "La densidad media es ciertamente no mayor que 10^{-27} g/cm.³ y más probablemente es del orden de 10^{-29} g/cm.³"

La integración de las ecuaciones (20) da

$$h = \frac{2}{3t} \quad (21)$$

La variable tiempo aparece en el denominador, lo que introduce una singularidad para $t=0$. Esta singularidad asigna un límite temporal al Universo:

En un Universo en contracción, se tratará de una cota superior, y la contracción terminará en el instante $t=0$. En el caso de la expansión, que es el que observamos en la naturaleza, el Universo comienza a existir cuando $t=0$ y la fórmula (21) nos permite calcular su edad a partir del valor observado de la recesión:

$$t = \frac{2}{3h} = 1,2 \cdot 10^9 \text{ años}$$

Esta cifra no es satisfactoria; resulta demasiado pequeña. La edad del Universo avaluada por distintos métodos parece estar comprendida entre 4 y $5 \cdot 10^9$ años. Aun la Tierra misma se sabe que tiene una edad superior a la que resultó del cálculo anterior.

Universos con curvatura.—La integración de la primera de las ecuaciones (18) conduce a la relación

$$G'^2 = \frac{G_0 - Gz}{G} \quad (22)$$

en que G_0 es una constante positiva.

a) Espacio de curvatura positiva ($z=+1$)

$$G'^2 = \frac{G_0 - G}{G} \quad (22-a)$$

En este caso G representa el radio del universo que es esférico y cerrado. Como el primer miembro de (22-a) es positivo, G debe estar comprendido entre cero y G_0 . El radio crece desde cero hasta un máximo G_0 ; después de esta fase de expansión, el Universo se contrae: su radio disminuye de nuevo hasta cero. El paso por cero no debe considerarse como un origen o un fin absolutos; no queda excluida la posibilidad que después

de la fase de contracción se produzca una nueva fase de expansión.

b) Espacio de curvatura negativa ($z=-1$)

$$G'^2 = \frac{G_0 + G}{G} \quad (22-b)$$

El espacio es abierto, infinito. El término G no puede interpretarse como un radio. G crece indefinidamente con t ; se trata de un caso de expansión indefinida, sin fase de contracción posterior.

El caso de curvatura negativa contiene como caso límite al de densidad nula. Este es el caso euclidiano, puesto que el análisis muestra que el tensor de curvatura se anula.

El caso de curvatura negativa con densidad no nula se acerca más y más a este caso límite, de modo que con el transcurrir del tiempo la estructura del espacio estará cada vez menos determinada por la materia contenida en él.

De la investigación de los casos de curvatura no nula resulta lo siguiente. Para todo caso de curvatura espacial no nula, existe un estado inicial $G=0$ en que comienza la expansión. Se trata de un estado en que la densidad es infinita y el campo es singular. Resulta, además, que la influencia de la introducción de una curvatura espacial sobre la duración del intervalo de tiempo transcurrido entre el comienzo de la expansión y la reducción de la velocidad de expansión a un valor fijo h , es despreciable, por lo menos en cuanto a orden de magnitud. Si se hace el cálculo del mencionado intervalo para el caso de densidad nula, se obtiene

$$t = 1/h = 1,8 \cdot 10^9 \text{ años}$$

O sea, que este caso extremo da una duración de la expansión igual a la del caso de curvatura espacial nula, salvo un factor de orden de magnitud muy cercano a la unidad.

La consecuencia de este raciocinio es que las dudas nacidas como resultado de la corta

duración de la expansión, no se pueden resolver introduciendo una curvatura espacial.

El reemplazo del gas uniforme considerado en los desarrollos expuestos anteriormente por estrellas; la consideración de los movimientos de agitación de estas estrellas, no bastan para cambiar fundamentalmente las conclusiones precedentes.

Observemos, sí, que la actual teoría de la Relatividad se funda sobre los conceptos *separados* de campo y de materia. ¿Esta separación no será inadecuada para grandes densidades? No podemos estar seguros que una teoría sintética en que se unan gravitación y métrica por una parte, al electromagnetismo y la materia por la otra, habrá de presentar también una singularidad para $t=0$.

En otros términos, la singularidad es, tal vez, una singularidad del modelo homogéneo actual, más bien que una característica real del Universo.

No hemos querido hablar de otros modelos cosmológicos como los de Lemaître-Eddington que corresponden a Universos en expansión con constante cosmológica, ni de otras teorías más alejadas de la ortodoxia de las cosmologías relativistas, como son las de Milne y de Hoyle. El presente trabajo es la transcripción, apenas un poco elaborada, de unas notas que sirvieron de base a una conferencia dictada en la Universidad de Chile, y que formaba parte de un homenaje a Einstein, rendido por las Facultades de Física y Matemáticas y de Filosofía y Educación.

El lector interesado puede encontrar mayor información en las obras que a continuación se citan:

1) Para el lector no especialista:

EDDINGTON. *Espace, Time and Gravitation*. Cambridge, 1920.

—*The Nature of the Physical World*. Cambridge, 1929.

—*The Expanding Universe*. Cambridge, 1933.

JOHNSON, M. *Time, Knowledge and*

- the Nebulae*. Londres, 1945. Contiene exposición de teoría de Milne.
- BOREL. *L' Espace et le Temps aed.* VTDQ. P.U.F.
- COUDERC. *L'Expansion de l'Univers* (1950). P.U.F. Esta obra nos ha servido de base en nuestra exposición; en muchas partes la citamos casi literalmente.
- L'architecture de l'Univers* (ed. 1947). Gauthier-Villars.
- HOYLE, F. *The Nature of the Universe* (1950). Harper, N. York.
- 2) Para el que quiera profundizar el tema:
- EDDINGTON. *Mathematical Theory of Relativity*. Cambridge, 1922.
- SILBERSTEIN. *Theory of Relativity*. Mac-Millan, 1924.
- TOLMAN. *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*. Oxford, 1934.
- MILNE. *Relativity, Gravitation and World Structure*. Oxford, 1935.
- Kinematic Relativity*. Oxford U. P., N. York, 1949.
- W. H. Mc-CREA. *Relativity Physics*. Methuen, 1935.
- HUBBLE. *The Realm of Nebulae*. Oxford, 1936.
- The Observational Approach to Cosmology*. Oxford, 1937.
- Mc.VITTIE. *Cosmological Theory*. Methuen, 1937.
- EINSTEIN. *The Meaning of Relativity*. Methuen, 1951.
- BONDI. *Cosmology*. Cambridge, 1952.