

Estudios en Honor de
Francisco Javier Domínguez
AUCH, 5ª Serie, N° 8 (1985): 177-198

ESCURRIMIENTOS REALES E IMAGINARIOS EN CANALES: PARADOJAS Y FALACIAS EN EL CALCULO DE CURVAS DE REMANSO

RAMÓN FUENTES A.
Caracas, Venezuela

I. A MANERA DE INTRODUCCIÓN

La determinación de curvas de remanso es un problema antiguo, pero de actual y permanente interés, dados su importancia técnica y las dificultades conceptuales que encierra. En realidad, para calcular una curva de remanso en un canal se requiere hacer una serie larga de hipótesis, algunas aventuradas y al límite injustificables si se las confronta con las leyes de la Mecánica y la Termodinámica. Otras conjeturas pueden simplificar drásticamente los cálculos, pero arrojan a posteriori resultados contrarios a la experiencia. Estos aspectos no son propios de la Hidráulica; el problema de la modelización adecuada se extiende desde las matemáticas hasta la vida diaria, pasando por la Física y la Ingeniería. Por si lo que se expone pareciese abstracto y/o abstruso, se citarán como ejemplos, primero una recomendación contenida en un curso de cálculo numérico y, luego, una broma escuchada en un café.

La recomendación es la siguiente:

“Para resolver un problema de cálculo numérico por iteraciones se reemplaza el problema propuesto (difícil de resolver) por un segundo problema recurrente (fácil de resolver) cuyas soluciones convergerán (ojalá) a la del primero”(1).

La broma es:

“Un fanático de la hípica lleva a un físico matemático a presenciar una carrera de caballos y luego le pregunta si le es posible determinar una martingala para ganar. Después de reflexionar un momento, el físico le responde: sí puedo, siempre que sea posible suponer que los caballos son esféricos y sin roce”.

A poco que se avance se descubrirá que la Hidráulica de Canales está llena de iteraciones dudosas y de intentos de introducir caballos esféricos. Las soluciones propuestas y las conjeturas que se han avanzado, tanto antiguas como modernas adolecen de una serie de fallas y limitaciones (paradojas y falacias) que remedan a veces las observaciones hechas entre comillas más arriba. Por otra parte, esto no es grave: ha sido un privilegio del autor trabajar con profesionales que realizan investigaciones desde la Física del Estado Sólido hasta la Fisiología Respiratoria; y ha podido constatar que quizá el único método viable para avanzar en ciencias es el que explicita Popper (2, 3) y también Duhem, en parte (4): el de una sucesiva y recurrente serie de conjeturas y refutaciones. Nada tiene de extraño que surjan paradojas y falacias en ese camino. Pero lo importante es estar conciente de que se han cometido y de sus efectos, ya sean estos positivos o negativos, benéficos o dañinos, estériles o fecundos. Las notas que siguen tienen como finalidad precisamente despertar esta conciencia dentro de un marco en que es particularmente útil y productiva, como es el de la Hidráulica de Canales.

Algo más antes de comenzar. Se verá que algunas paradojas pueden reducirse a un mal uso de palabras y puede discutirse que son irrelevantes por ese motivo. El autor piensa que esto no es así ya que existe, al menos en los seres civilizados un correlato fuerte entre lo que se dice y el cerebro que lo dicta. Dicho sea al revés: el que voluntariamente o por fuerza no habla como piensa acaba por pensar como habla. Otra crítica temprana puede surgir del hecho de que algunos de los problemas que se exponen tienen hoy una solución simple y que, por lo tanto, su descripción histórica no tiene interés. Esto no es así, ya que sólo la situación dentro de su adecuado marco histórico es lo que hace valederos y fecundos los pensamientos, conjeturas y discusiones de los realizadores científicos y técnicos del pasado (Ver Kunh (5, 6).

2. SOBRE EL NOMBRE DEL PROBLEMA

Las denominaciones “eje hidráulico” o “curva de remanso”, derivada esta última probablemente de la expresión francesa “courbe de remous” son falaces o al menos ambiguas, así como lo es la expresión inglesa “backwa-

ter curve". La razón es que el escurrimiento en un canal es siempre tridimensional aun sea aquel recto y prismático (Véase Leonardo, Códice Hammer, Folio 14V (7)) y es sólo enunciando una lista de conjeturas muy larga y aventurada (que por cierto en la mayor parte de los textos se omite parcialmente) es que resulta justificado reemplazar el escurrimiento real en un canal por un flujo imaginario caracterizado únicamente por una línea que corre sobre el agua. Quizás a este motivo se debe la correcta denominación alemana "Wasseroberfläche" (8), literalmente "superficie sobre el agua". De esta crítica es dable eximir los textos de Domínguez (9), Silber (10) y Jaeger (8).

3. LAS ECUACIONES DE BASE

Elas se dan bajo diversas formas. Para fijar ideas, se tomará una de las más usadas:

$$-\frac{dH}{dx} = S \quad (3.1)$$

$$Q = AV \quad (3.2)$$

Aquí:

$$H = z + y + \alpha \frac{V}{2g} : \text{Carga total}$$

z : Cota de fondo (supuesta única)

y : Profundidad

V : Velocidad media

α : Coeficiente numérico

A : Area

Q : Caudal

g : Aceleración de la gravedad

x : Abscisa a lo largo del escurrimiento

La definición de S se discutirá más adelante.

Las ecuaciones .3.1. y .3.2. requieren una larga lista de hipótesis simplificadoras para su deducción: Incompresibilidad, permanencia, cuasi-parallelismo de las líneas de corriente, hidrostática en la sección transversal, prismaticidad del canal o al menos continuidad respecto a x de la geometría del lecho y de la superficie libre...

Una manera rigurosa de obtener una relación del tipo de la .3.1. es partir de la ecuación de Cauchy (Levi (14)):

$$\rho \frac{D u_i}{D t} = \rho f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.3)$$

Aquí u_i : Vector velocidad
 f_i : Fuerza másica
 τ_{ij} : Intensidad de fuerzas de contacto

Si se multiplica .3.3. por u_i se obtiene fácilmente el teorema de las fuerzas vivas (Craya (13), Bird et al (16)) y este permite a su vez introducir la carga hidráulica H en forma al mismo tiempo rigurosa y natural. Así han procedido entre otros Boussinesq (17), Rouse (18), Guilloud (12)... Después, haciendo el reconocimiento específico de que se trata de un canal abierto se llega a .3.3. y se deduce que la interpretación de S es la siguiente:

$$S = \frac{1}{\gamma Q} \int \phi \, dA \quad (3.4)$$

Aquí Q : Gasto
 ϕ : Función de disipación de Rayleigh (Craya (13))

Queda claro así que entonces el único sentido de S es el de una degradación o pérdida de carga a lo largo del canal y la paradoja surge de porqué se le da incluso en textos por otra parte muy serios el nombre de "pendiente de la línea de energía". Esto es falso, como es fácil demostrar si se escribe el Primer Principio de Termodinámica para el canal y se compara con .3.4. y .3.3. Lo que ocurre es que en muchos textos (el de Daily (19) es una excepción que hay que señalar de inmediato) la Termodinámica no aparece por ningún lado y entonces el concepto de energía total del fluido no puede surgir en forma natural. Esto es lamentable: no vale la pena de enseñar la Termodinámica de Carnot, Joule y Kelvin cuando a la hora de usarla se toma el medieval camino de considerar al calor como un "fluido indestructible" (la expresión es de Truesdell (11)).

4. PARADOJAS DE LA RESISTENCIA

La resistencia depende de varios parámetros. Un estudio bastante detallado de ellas ha sido realizado por Rouse (20), entre otros. Una lista para escurrimiento permanente y uniforme sería:

Re : Número de Reynolds

- R/k : Rugosidad relativa
FF : Forma de la sección

La primera paradoja es que en el flujo uniforme no aparece el número de Froude. Esto se explica porque para este flujo en un canal, si no existe intercambio de cantidad de movimiento o inestabilidades en la superficie, la componente de la gravedad en la dirección del escurrimiento se equipara exactamente con la tensión del contorno fijo y así ella desaparece de las ecuaciones.

Si el escurrimiento es gradualmente variado, pero aún permanente, resulta razonable suponer que los cambios de sección a lo largo del escurrimiento modifiquen la resistencia. Lo extraño es que esto no se entiende así y se toma como resistencia para una sección, la que tendría un hipotético escurrimiento uniforme cuya pendiente fuese S en vez de la pendiente de fondo S_0 . Esta hipótesis de "cuasi-uniformidad" se puede justificar vagamente invocando la lenta convergencia o divergencia de las líneas de corriente que es esencial para concebir el flujo gradualmente variado. Una respuesta ingeniosa es la de Domínguez (9), quien invierte el problema, explicando que las ecuaciones para la resistencia se han obtenido experimentalmente y precisamente para escurrimiento gradualmente variado y entonces son por definición válidos para él; la resistencia en escurrimiento uniforme sería así un caso límite.

Aún queda una paradoja en el problema de la resistencia. Si el escurrimiento es gradualmente variado e impermanente, se siguen ocupando las ecuaciones del flujo uniforme para el cálculo, tomando las magnitudes instantáneas para realizar el cálculo; dicho de otro modo, se usa una hipótesis parecida a la de cuasiestaticidad que se emplea en la Termodinámica de los fluidos compresibles, en la cual corrientemente se admite que las funciones de estado se pueden calcular para el fluido en movimiento usando las expresiones que se poseen para el fluido en reposo (Truesdell (11)).

Se constata que este planteamiento ni siquiera se discute: muchos especialistas lo dan como un hecho, simplemente (Wylie y Streeter (48) 1978..., Cunge et al (49) 1980). Con más cautela procede Yevjevich (21), quien participó una verificación experimental de las ecuaciones para escurrimiento impermanente gradualmente variado en canales. Yevjevich dice textualmente "It showed that the effect of basic assumptions for gradually-varied free-surface unsteady flow cannot be discriminated from the experimental errors". Como las hipótesis a que se refiere Yevjevich son varias: hidrostaticidad, bidimensionalidad de las ondas, cuasies-

taticidad de la fricción, etc., no queda definitivamente claro si esta última suposición se cumple del todo o no.

Pero hay más: en escurrimiento viscoso en ductos, caso en el cual se pueden obtener soluciones exactas vía las ecuaciones de Navier-Stokes se observa que no se cumple en absoluto la hipótesis de cuasiestaticidad en flujo laminar sometido a una aceleración importante (Ver Letelier y Leutheusser (22)). Parecidos resultados parecen desprenderse de las gráficas exhibidas por Baibikov et al (50), para escurrimiento laminar y turbulento que parte del reposo.

¿Qué decir entonces, fuera de frases vagas como "impermanencia lenta"? El autor cree simplemente que el asunto debe ser discutido con la seriedad que se merece; si esto ocurre, es plausible que la paradoja se disipe o bien que aparezcan estrategias para hacerla desaparecer.

5. EXPRESIONES PARA LA PÉRDIDA DE CARGA

Es irrelevante para la discusión que sigue hacer un listado extenso de fórmulas para la pérdida de carga en canales. Para ello, pueden consultarse las discusiones contenidas, por ejemplo, en los textos de Domínguez (9) y de Forchheimer (23). Aquí sólo se darán tres expresiones. La primera es la clásica de Chézy:

$$S = \frac{V^2}{C^2 R} \quad (5.1)$$

Lo primero que hay que señalar es que Chézy nunca dedujo la ecuación que se le atribuye bajo la forma .5.1. (Rouse (15)); lo que él hizo es algo más importante y fue postular que dos corrientes abiertas podrían ser comparadas si se tenía para ambas:

$$V \sqrt{V} \sqrt{\frac{P}{AS_0}} = \text{CTE} \quad (5.2)$$

O sea, Chézy consideró que una corriente podía ser un modelo de otra a través de la relación .5.2. Para convencerse de esto, basta escribir la relación .5.2. para un modelo, designado por (") y un prototipo, designado por ('), de modo que la escala de una cantidad X es por definición:

$$\frac{X \text{ modelo}}{X \text{ prototipo}} = \frac{X''}{X'} \quad (5.3)$$

Si .5.3. se aplica para las velocidades y las longitudes, .5.2. se escribe como:

$$\lambda_v = \sqrt{\lambda l} \quad (5.4)$$

y se reconoce de inmediato la ley de similitud de Froude para los modelos físicos a superficie libre (Ver, por ejemplo, Yalin (24)). Así enfocado, el aporte de Chézy resulta más importante que el haber escrito alguna relación explícita para la pérdida de carga y es paradójal que esta simple observación que aquí se hace no se haya escrito, a conocimiento del autor, en el pasado.

Lo que se lee hasta el hastío es que la ecuación de Chézy es la .5.1. con C constante, la que jamás Chézy afirmó. Por otra parte y si se desea que una fórmula como la .5.1. represente adecuadamente un fenómeno asociado al escurrimiento en un canal, ella debe tener explícita la componente $g_x = g \sin \theta$ del peso unitario en la dirección del movimiento. Así, la relación .5.1. se escribe, con $S = S_0$:

$$C_* = \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{V}{\sqrt{g S_0 R}} = \frac{V}{V_*} \quad (5.5)$$

y se ve que es el coeficiente adimensional C_* el más propio para expresar .5.1., amén de ser adimensional. Por ejemplo, en el caso de un escurrimiento viscoso sobre una placa plana indefinida inclinada en un ángulo θ se encuentra fácilmente a partir de las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$C_* = \frac{\sqrt{Re}}{2} \quad (5.6)$$

Aquí $Re = 4\gamma_0 V/\nu$, γ_0 siendo el espesor de la lámina viscosa.

En el caso de escurrimiento turbulento rugoso se usa desde hace ya cerca de un siglo la ecuación de Manning, que se escribe en la presente notación como:

$$C_* = \frac{R^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (5.7)$$

Esta última relación puede escribirse como

$$C_* = \left(\frac{R}{k}\right)^{1/6} \frac{k^{1/6}}{n\sqrt{g}} \quad (5.8)$$

Aquí K es una medida de la rugosidad del contorno. Como $(R/k)^{1/6}$ varía lentamente y se sabe que C_* también lo hace es dable achacarle a

$(R/k)^{1/6}$ toda la variación de C_* . Si se acepta esta conjetura $k^{1/6} (n\sqrt{g})$ debe ser constante y aparece:

$$K = \frac{1}{n} = \text{CTE} \frac{\sqrt{g}}{k^{1/6}} \quad (5.9)$$

que se conoce como fórmula de Strickler.

A casi un siglo de su aparición y debido a su difusión, la fórmula .5.7. o sus equivalentes han devenido de paternidad codiciada. Varios estudios (Ver Rouse (15) y Williams (25)) demuestran que la fórmula debe atribuirse a Gauckler y no a Manning.

Ahora bien, desde hace cerca de medio siglo se ha acumulado evidencia experimental con un soporte teórico que la fórmula 5.7. no tiene como afirmar que los valores de C_* deben variar en forma logarítmica con la rugosidad relativa R/k :

$$C_* = \frac{A}{K} \text{Log} \frac{R}{k} + B \quad (5.10)$$

Un brillante y pionero estudio realizado por Keulegan (26) y continuado por muchos (De Marchi (27), Montes (28), Sayre y Albertson (29), Fuentes (30), Rouse (20), Macagno (31)...) mostró que .5.10. era apropiada para el cálculo de canales. A y B son funciones de $Re_* = kV_*/\nu$ y de la forma de la sección. Para un canal infinitamente ancho y en escurrimiento turbulento rugoso, si se toma $K = 0.4$ se tendrá:

$$C_* = 2.5 \text{Log} \frac{R}{k} + 6.0 \quad (5.11)$$

Resulta obvio preguntarse por qué, si la relación .5.10. si es más racional no ha desplazado a la ecuación .5.7. que es puramente empírica. No hay respuesta completa para esta sencilla pregunta. Algunas respuestas parciales y todas dudosas son:

- La ecuación de Manning es monomía y entonces es más sencilla. Este argumento ha sido escuchado por el autor a lo largo de veinte años. Pero como las últimas veces que lo ha oído las personas que lo emitieron tenían en su escritorio una máquina de 64KB, no parece una respuesta seria, al menos hoy.
- Otra línea de argumentación, más seria, es la ofrecida por Domínguez*. Se dice que el banco de datos ofrecido para n es abundante y seguro, lo que no ocurre para k y que, por otra parte, ζ es que k tiene

*Comunicación verbal.

sentido en un canal real, por ejemplo en el cauce de un río? La verdad es que k es determinación delicada y dudosa en los cauces reales, pero el trabajo realizado por Montes (28) mostró que ella era posible.

- En realidad la fórmula logarítmica ha sufrido un cierto proceso de desprestigio. Por ejemplo, durante décadas se aceptó para k (llamada constante de Von Kármán) el valor 0.4. Análisis realizados por Hinze (32) y por Tennekes y Lumley (33) han demostrado, con base en los mismos datos con que se “demostró” que k era constante que su valor varía con el número de Reynolds. Se cae así en la algo cínica pero ajustada definición que Santon* daba de una constante “constante es una variable cuyo valor se ha medido pocas veces”.
- Un último argumento, algo delicado, es que puede afirmarse que las ecuaciones de Manning y la logarítmica dan resultados semejantes y esto es cierto, dentro de ciertos rangos de R/k .

En resumen y en opinión del autor para los canales la balanza está en el fiel (con cosas diferentes en los dos platillos) y los proyectistas seguirán usando la fórmula de Gauckler-Manning hasta que no surja alguna razón (pragmática o racional) de peso suficiente.

6. TEOREMA DE LA ENERGÍA MÍNIMA

Hoy parece simple preguntar por las variaciones de la energía específica E con la profundidad y ; parece natural (lo es) que se responda con la cadena de relaciones:

$$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (6.1)$$

$$\frac{dE}{dy} = U = 1 - \frac{Q^2 T}{gA^3} \quad (6.2)$$

$$\frac{dE}{dy} = 0 \text{ (estado crítico)} \quad (6.3)$$

$$\rightarrow Q = A(y_c) \sqrt{g \frac{A(y_c)^3}{T(y_c)}} \rightarrow y_c \quad (6.4)$$

$$E_{\min} = y_c + \frac{1}{2} \frac{A(y_c)}{T(y_c)} \text{ (energía mínima)} \quad (6.5)$$

*Comunicación verbal.

Ahora bien, Bélanger (Rouse (15)) en 1849 introdujo el concepto de gasto máximo a carga dada. Boussinesq (17) en 1972 discutió, aplicó y extendió este cálculo (Ver Figuras N^{os} 1 y 2). Además analizó en forma detallada la expresión de U en la ecuación .6.2. Aún más, relacionó el signo de U con la forma de las curvas de remanso, como lo anota ajustadamente Salas Edwards (34). Pero el paso decisivo de asociar a $U = 0$ un estado de crisis y una energía mínima, esto es, el paso de .6.3. a .6.5. lo realizó por vez primera Salas Edwards en 1915 (35)*. (Ver Figura N^o 3). Parece entonces definitivamente justo llamar al principio de la energía mínima teorema de Salas Edwards. Lo paradójal es precisamente que este hecho no se haya dado por escrito con la frecuencia que obviamente merece.

58. On reconnait, à l'inspection du troisième membre de cette égalité, que σ_1 varie en sens inverse de σ_0 , c'est-à-dire que, sur un cours d'eau dont la dépense Q et la largeur l à fleur d'eau sont sensiblement constantes, les sections σ , qui suivent immédiatement un ressaut sont d'autant plus grandes que les sections σ_0 qui le précèdent sont plus petites; on voit d'ailleurs, par (121), que $\sigma_1 = \sigma_0$ dans le cas particulier où chacune de ces sections est égale à $\sqrt[3]{\frac{\alpha' Q^2 l}{g \cos l}}$, de manière qu'en général σ_1 et σ_0 comprennent entre elles la valeur spéciale $\sqrt[3]{\frac{\alpha' Q^2 l}{g \cos l}}$, pour laquelle elles sont égales.

Tout ressaut
relie deux parties
d'un
cours d'eau,
dont l'une
est
à l'état torrentueux,
et l'autre
à l'état tranquille.

On aura donc généralement

$$(123) \quad \text{soit } \sigma_1 > \sqrt[3]{\frac{\alpha' Q^2 l}{g \cos l}} > \sigma_0, \quad \text{soit } \sigma_1 < \sqrt[3]{\frac{\alpha' Q^2 l}{g \cos l}} < \sigma_0;$$

d'où il résulte que les deux expressions

$$(124) \quad 1 - \frac{\alpha' Q^2 l}{\sigma_1^2 g \cos l} \quad \text{et} \quad 1 - \frac{\alpha' Q^2 l}{\sigma_0^2 g \cos l}$$

sont toujours de signes contraires. Quand, en particulier, σ_0 et

FIGURA N^o 1. BOUSSINESQ (17)

*Según Jaeger (8) Boss lo hizo en 1919

Trois cas
peuvent se présenter.

63. A l'aide de ces principes, il sera possible de déterminer complètement, en général, l'état hydraulique du canal tout entier, pourvu que les circonstances que présentent son alimentation et son évacuation soient connues, et en faisant d'ailleurs abstraction de parties très-courtes immédiatement attenantes à l'une ou à l'autre extrémité, quand le régime n'y sera pas graduellement varié. Nous aurons, pour cela, à considérer la valeur particulière de σ qui annule la parenthèse $1 - \frac{\alpha' Q^3 l}{g \sigma^3 \sigma}$ du premier membre de (110 bis) ou de (128): j'appellerai σ'' cette valeur et I_0, l, χ, U , les valeurs correspondantes de I_0, l, χ, U , ce qui donnera

$$(129) \quad 1 - \frac{\alpha' Q^3 l}{g \sigma^3 \sigma} = 0 \quad \text{ou} \quad 1 - \frac{\alpha' U^3 l}{g \sigma^3 \sigma} = 0.$$

J'observerai en outre :

1° Que la parenthèse du premier membre de (110 bis) ou de (128), négative et égale à $-\infty$ pour $\sigma = 0$, grandit sans cesse avec σ , s'annule pour $\sigma = \sigma''$ et tend vers 1 à mesure que σ tend vers l'infini; le régime est *torrentueux* pour $\sigma < \sigma''$, *tranquille* pour $\sigma > \sigma''$ (voir la fin du n° 58);

2° Que I_0 , étant, par hypothèse, peu variable, le second membre de (110 bis) ou de (128) grandit aussi continuellement avec σ , même (et surtout) en tenant compte de ce que b' y varie en sens inverse de σ ; ce second membre, égal à $-\infty$ pour $\sigma = 0$, ne s'annule et ne devient positif que dans le cas où I_0 est > 0 .

FIGURA N° 2. BOUSSINESQ (17)

7. FORMA Y CLASIFICACIÓN DE LAS CURVAS DE REMANSO

El problema es definir la forma y la evolución de las curvas integrales de la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S(y)}{1 - F^2(y)} \quad (7.1)$$

Dados un punto $P_0(x_0, y_0)$ por el cual la curva integral $y(x)$ debe pasar, .7.1. define un problema de valores iniciales en el sentido de Cauchy (Krivtchenko (36)). La existencia de la solución, si bien no la unicidad se encuentran con relativa facilidad (36) si .7.1. es bornada. Como no lo es para $F = 1$ y el análisis de Cauchy era casi contemporáneo, es un mérito notable el que Bresse (Silber (10)) en 1840 haya determinado la forma de las integrales de .7.1. y las haya clasificado (Ver Figura N° 4). Bresse determinó la forma de sus curvas suponiendo que el canal era infinita-

III. ESCURRIMIENTO CRÍTICO: TORRENTES Y RÍOS.

Si se estudia la suma de Bernoulli o las energías unitarias totales que en una corriente que escurre en un canal descubierto corresponderían al mismo gasto en la misma sección con profundidad de agua variable, se encuentra que cuando ésta es

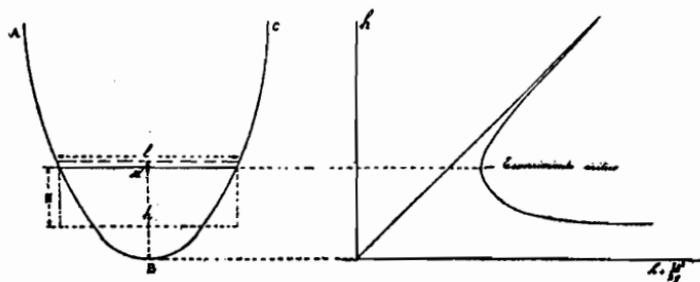


Fig. 1

muy pequeña es mínima la cota piezométrica o cota superficial, pero la altura de velocidad tiende al infinito, y que inversamente cuando la profundidad crece indefinidamente la cota tiende al infinito y la altura de velocidad a cero.

Entre ambos extremos que hacen infinita la suma de Bernoulli hay necesariamente un valor en que la energía que posee la corriente es mínima; en esta situación se dice que la corriente está en *crisis*; cuando las velocidades son mayores que la crítica y las secciones menores, las corrientes son *torrentes*; del otro lado del escurrimiento crítico se llaman *ríos*.

Si se considera una sección normal fija ABC (Fig. 1) de una corriente cuyo eje hidráulico tiene una inclinación i , y en la que rige la ley hidrostática, y se calcula las sumas de Bernoulli, tomando el plano de referencia al nivel del punto más bajo del fondo, llamando h la profundidad variable se tiene:

$$h \cos i + \frac{\alpha U^2}{2g}$$

y derivando para buscar el mínimo de la energía:

$$\cos i + \frac{\alpha U}{g} \cdot \frac{dU}{dh} = 0$$

la derivada de la velocidad se puede expresar en función de la derivada de la sección $\frac{d\Omega}{dh} = I$, atendiendo a la constancia del gasto:

$$U\Omega = Cte; U \frac{d\Omega}{dh} + \Omega \frac{dU}{dh} = 0; \frac{dU}{dh} = -\frac{U}{\Omega} \frac{d\Omega}{dh} = -\frac{IU}{\Omega};$$

y se obtiene así, para la corriente crítica:

$$\cos i - \frac{\alpha IU^2}{g\Omega} = 0; \frac{U^2}{2g} = \frac{\Omega \cos i}{2\alpha I}.$$

Si en esta fórmula se reemplaza α por la unidad y se llama *profundidad media* H de la sección el cociente $\frac{\Omega}{I}$, que es la profundidad del rectángulo equivalente a ella con el mismo ancho superficial, y se supone también igual a 1 el coseno de la inclinación, generalmente muy pequeña en los canales, se obtiene:

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{1}{2} H; U = \sqrt{gH}$$

23

ÉCOULEMENTS PERMANENTS EN CANAUX ET RIVIÈRES

$$dx = \frac{1}{i} \left[1 + \frac{1 - \frac{C^2}{g \cdot i}}{\eta^3 - 1} \right] y_0 d\eta,$$

C et g étant constants, en intégrant entre le point initial x_1, y_1 et un point quelconque x, y , on obtient :

$$x - x_1 = \frac{y_0}{i} \left\{ \eta - \eta_1 - \left(1 - \frac{C^2}{g \cdot i} \right) [\Phi(\eta) - \Phi(\eta_1)] \right\}, \quad (126)$$

avec

$$\Phi(\eta) = - \int \frac{d\eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \text{Log} \frac{\eta^2 + \eta + 1}{\eta - 1} - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{arc tg} \frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}}.$$

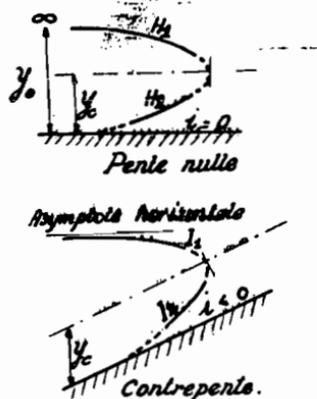
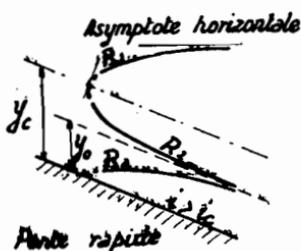
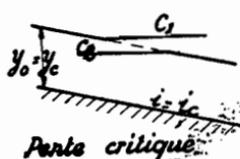
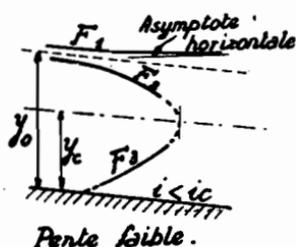


FIG. I-14. — Courbes de remous de BRESSE.

FIGURA N^o 4. SILBER (10)

mente ancho y que el coeficiente C era constante. Por lo tanto, su diagrama quedó contraído a representar este caso. Así, él es falso para la pendiente crítica (10).

En realidad, el real problema era determinar cualitativamente la forma

y el comportamiento de las integrales en la relación .7.1. sin darse a priori la forma específica de la relación $S(y)$ ni hacer suposiciones sobre la forma del lecho. Esto fue intentado, entre otros, por Boulanger en 1909 (Salas Edwards (34) y por Salas Edwards mismo (34)) (Ver Figura N° 5). Pero fue reservado al sucesor y discípulo de Salas Edwards el resolver por vez primera en forma perfectamente general y clara el problema. En efecto, Domínguez en 1932 (37) sin hacer ninguna suposición sobre la expresión específica de $S(y)$ ni sobre la forma del canal determinó de una vez por todas las formas de las posibles curvas de remanso (Ver Figura N° 6).

Lo que es notable y se hace difícil de creer pero es perfectamente verificable es que Woodward y Posey (38) en 1941 seguían ofreciendo el diagrama de Bresse y que Leliavsky (39) lo hizo en 1965 con la solución analítica correspondiente.

8. CÁLCULO DE CURVAS DE REMANSO

El problema es encontrar, para un punto dado $P_0(x_0, y_0)$ la curva $y(x)$ o, en el peor de los casos $x(y)$ que pasa por P_0 y cumple con:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S(y)}{1 - F^2(y)} \quad (8.1)$$

O bien con:

$$H(y_1) = H(y_2) + \int_1^2 S dx \quad (8.2)$$

Siendo H la carga total.

Es obvio que el desideratum es encontrar una solución cerrada y exacta. Así lo entendieron los contemporáneos e inmediatos sucesores de Cauchy, produciéndose la solución de Bresse (Silber (10)) en 1840. Como ya se dijo en el punto anterior, suponiendo ancho indefinido y coeficiente C constante, Bresse integró .8.1. Para conveniencia del análisis se introducirán las variables adimensionales $y_* = y/y_n$ (y_n : profundidad normal).

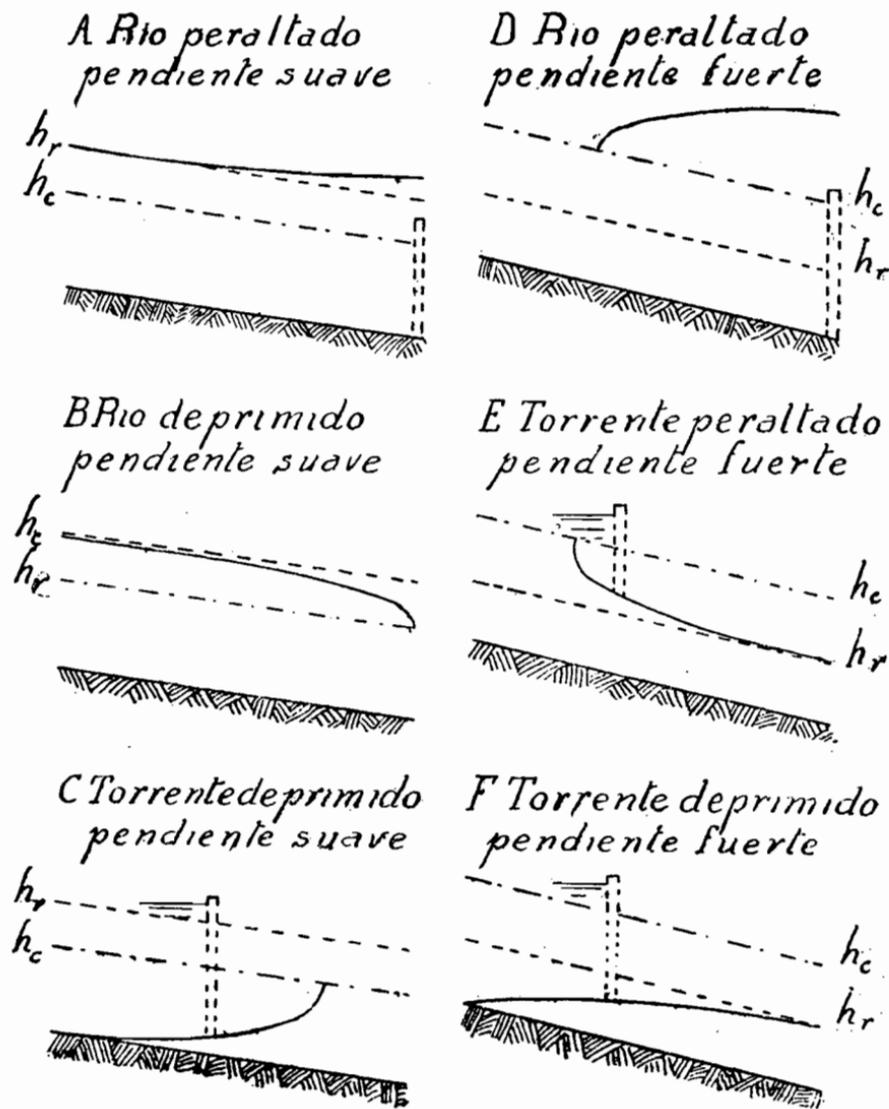
$$x_* = S_0 x / y_n$$

$$\beta = C_*^2 S_0$$

Con estas denominaciones, 8.1. se escribe:

$$\frac{dy_*}{dx_*} = \frac{1 - y_*^3}{1 - \beta y_*^3} \quad (8.3)$$

y se integra a:

FIGURA N^o 5. SALAS EDWARDS (34).

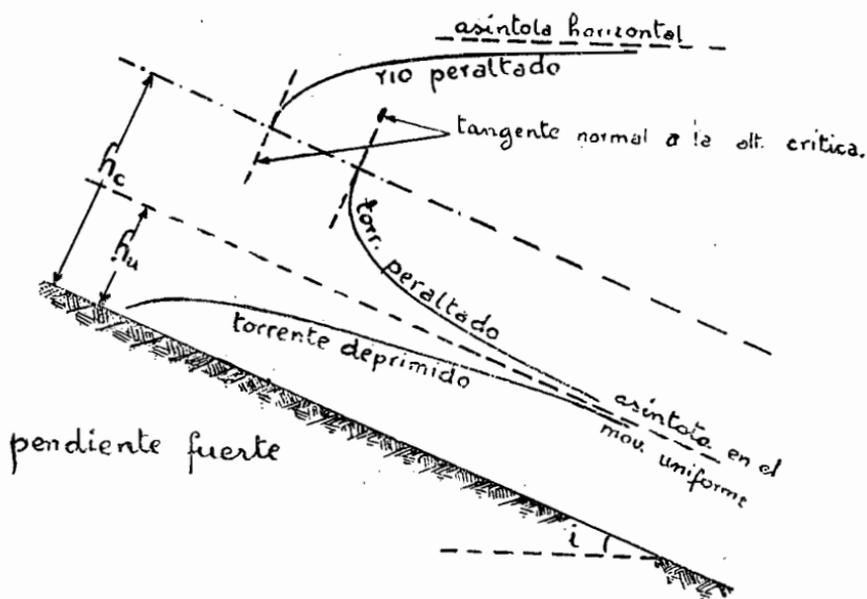
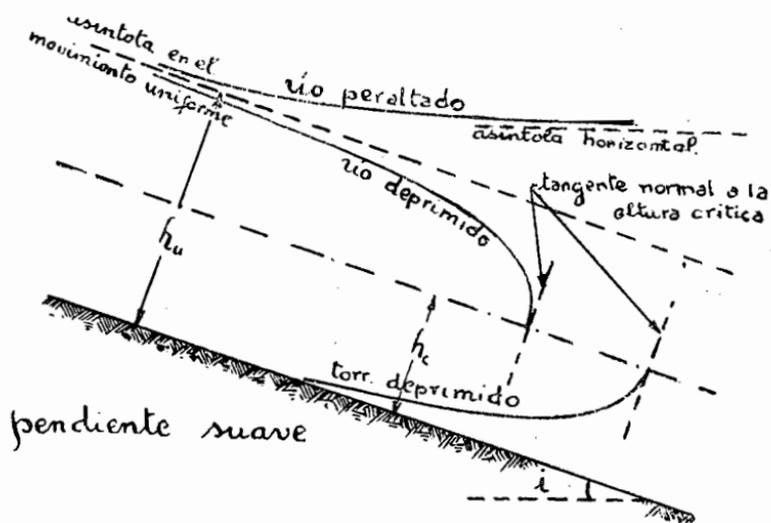


FIGURA N° 6. DOMINGUEZ (37)

$$\Delta x_* = x_{*2} - x_{*1} = y_{*2} - y_{*1} - (1-\beta) (\Phi(y_{*2}) - \Phi(y_{*1})) \quad (8.4)$$

con:

$$\Phi(y_*) = - \int \frac{dy_*}{y_*^3 - 1} \quad (8.5)$$

Es tan simple y elegante el análisis de Bresse que sus virtudes causaron daño: los analistas del problema, durante más de un siglo, trataron de forzar el problema real de modo de enmarcarlo dentro de la solución de Bresse. Así, Tolkmitt (Forchheimer (23)) en 1892 dio una solución parecida a la de Bresse para canales parabólicos, suponiendo que la energía cinética era despreciable en H. En 1912 Bakhmeteff (40) según sus propias palabras "inspirado por el trabajo de Bresse y de Tolkmitt" introdujo una generalización de .8.3. creando una familia de canales imaginarios, los "canales exponenciales" en los cuales, por definición:

$$A^2 C^2 R = \text{CTE } y^n \quad (8.6)$$

Es fácil ver entonces que, si se define:

$$\Phi(y_*, n) = - \int \frac{dy_*}{y_*^n - 1} \quad (8.7)$$

el perfil de la curva de remanso se expresa como

$$\Delta x_* = y_{*2} - y_{*1} - (1-\beta) (\Phi(y_{*2}) - \Phi(y_{*1})) \quad (8.8)$$

que es idéntica a la solución de Bresse dada por .8.8. si se hace para β :

$$\beta = \frac{SoC_*^2 T}{P} \quad (8.9)$$

y se calcula Φ a través de .8.7.

La generalización de Bakhmeteff es formalmente muy atractiva, pero adolece de dos defectos:

- $\Phi(y_*)$ sólo puede integrarse en forma cómoda si n es entero o fracción especial. Aún esto no sería grave, si $\Phi(y_*, n)$ se puede calcular de una vez por todas. Pero ocurre que n y β no son constantes con la profundidad, como el mismo Bakhmeteff sensatamente advirtió. β y n sólo serían constantes si Δy_* es muy pequeño, pero entonces no se ha solucionado nada.

Estos inconvenientes llevaron a los estudiosos del problema a tomar uno de tres caminos:

- Retocar la formulación de Bakhmeteff (Mononobe (41) 1938, Chow (42), 1955...).
- Dar gráficos generalizados (Valentine (43) 1967, Minton y Sobey (44) 1973, Berezowsky (45) 1982...).
- Olvidarse de Bresse y Bakhmeteff e implementar métodos numéricos (Domínguez (9) 1959, McBean y Perkins (46) 1970...).

La paradoja aquí es que el problema base quedaba sin resolver, esto es, determinar una o más funciones, calculables de una vez por todas que no tuviesen los inconvenientes de las de Bresse, Bakhmeteff y sus sucesores. El problema así planteado le fue sugerido al autor a través de una discusión verbal con Domínguez acerca de los métodos de Bakhmeteff y de Chow. El resultado es sorprendentemente simple (Fuentes et al (47) 1982):

Léase ahora:

$$y_* = \frac{y}{y_n} ; \Delta x_* = \frac{\Delta x_{So}}{y_n} ; A_* = \frac{A}{A_n} ; \bar{b}_* = \frac{A_*}{y_*}$$

$$P_* = \frac{P_*}{P_n} ; T_* = \frac{T}{T_n} \quad (8.10)$$

Si se definen las funciones:

$$D1(y_*, FF) = \int \frac{P_*^{4/3} \bar{b}_*^{-10/3}}{P_*^{4/3} \bar{b}_*^{-10/3} - y_*^{10/3}} dy_* \quad (8.11.1)$$

$$D2(y_*, FF) = \int \frac{\bar{b}_*^3 T_* y_*^{-1/3}}{P_*^{4/3} \bar{b}_*^{-10/3} - y_*^{10/3}} dy_* \quad (8.11.2)$$

Entonces:

$$\Delta x_* = (y_{*2} - y_{*1}) - (D1(y_{*2}) - D1(y_{*1}))$$

$$+ F_n^2 (D2(y_{*2}) - D2(y_{*1})) \quad (8.12)$$

Los factores FF son funciones de la forma de la sección y F_n el número de Froude para $y = y_n$; para cualquier canal prismático, se puede calcular las funciones D1 y D2 de una vez por todas. Se empleó en las expresiones dadas por .8.11. la fórmula de Manning, pero esto no es indispensable. De este modo la relación .8.12. es una solución general para la curva de remanso en canales prismáticos que no adolece de las limitantes de las de Bakhmeteff y de Chow y es una simpleza conceptual comparable a la de

Bresse. El autor propuso (47) llamar a las funciones de escurrimiento gradualmente variado D1 y D2 funciones de Domínguez, como reconocimiento a la sugerencia por él realizada.

9. A MODO DE FINAL

La lista de paradojas y falacias es muy numerosa y obligó a una selección drástica. Si se despertó en el lector la inquietud o curiosidad por estos hechos este trabajo habrá cumplido su finalidad. No es un texto convencional; pero si de premiar el convencionalismo se tratase, el autor cree que el Prof. Domínguez rechazaría el homenaje.

10. RECONOCIMIENTOS

El autor deja constancia de su gratitud hacia el Director del Laboratorio Nacional de Hidráulica de Venezuela, quien dio su apoyo para la concepción de este trabajo y otorgó el tiempo y las facilidades que se requirieron para su materialización.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. FUENTES, R.: *Métodos Numéricos en Metalurgia*, notas de clases, División de Posgrado, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela, 1983.
2. POPPER, K.R.: *Conjeturas y Refutaciones*, 2ª Edición en español, Ed. Paidós, Barcelona, España, 1983.
3. POPPER, K.R.: *La Lógica del Conocimiento Científico*, Ed. Tecnos, Madrid.
4. DUHEN, P.: *La Théorie Physique: Son Objet-Sa Structure* 2ª Edición, Ed. VRIN, Paris, 1981.
5. KUHN, TH.S.: *La Estructura de las Revoluciones Científicas*, Brevarios del Fondo de Cultura Económica, México, 1979.
6. KUHN, TH.S.: *La Revolución Copernicana*, Ediciones Orbis, Barcelona, España, 1978.
7. LEONARDO DA VINCI: *Códice Hammer*, edición facsimilar, The Armond Hammer Foundation, Los Angeles, California, USA, 1983.
8. JAEGER, CH.: *Technische Hydraulik*, Verlag Virkhäuser, Basel, 1949.
9. DOMÍNGUEZ, F.J.: *Hidráulica*, 3ª Edición, Ed. Universitaria, Santiago, Chile, 1959.
10. SILBER, R.: *Etude et Tracé des Ecoulements Permanents en Canaux et Rivières*, Ed. Dunod, Paris, 1954.
11. TRUESDELL, C.A.: *The Mechanical Foundations of Elasticity and Fluid Dynamics*, International Science Review Series, Ed. Gordon and Breach, New York, 1966.
12. GUILLOUD, J.CH.: *Les Differentes Formes des Equations de la Mécanique Classique en Mécanique du Fluide*, Notas Provisorias, Grenoble, France, 1967.
13. CRAYA, A.: *Mécanique des Transports dans les Fluids*, Notes, Grenoble, France, 1961.
14. LEVI, E.: *Mecánica de Fluidos*, Ed. de la UNAM, Ciudad de México, México, 1965.
15. ROUSE, H. E INCE, S.: *History of Hydraulics*, Ed. Dover, New York, 1963.
16. BIRD, R.B., STEWART, W.E. Y LIGHTFOOT, E.N.: *Transport Phenomena*, Ed. John Wiley, New York, 1960.
17. BOUSSINESQ, J.: *Essai sur la Théorie des Eaux Courants, m.a.sc.*, Tomo XXIII-Nº 1, Paris, Octubre 1972.
18. ROUSE, H.: *Work-Energy Equation for the Stremline*, J.H.D., A.S.C.E., Hy5, Mayo 1970.
19. DAILY, J.W. Y HARLEMAN, D.R.F.: *Fluid Dynamics*, Ed. Addison-Wesley, 1966.
20. ROUSE, H.: *Critical Analysis of Open-Channel Resistance*, J.H.D., A.S.C.E. Hy4, Julio 1965.
21. YEVJEVICH, V. Ed.: *Unsteady Flow in Open Channels*, Water Resources Publications, Fort Collins, Colorado, USA, 1975.
22. LETELIER, M.F. Y LEUTHEUSSER, H.J.: *Skin Friction in Unsteady Laminar Pipe Flow*, J.H.D., A.S.C.E., Hy1, Enero 1976.

23. FORCHHEIMER, PH.: *Tratado de Hidráulica*, Traducción de la 3ª Edición en alemán, Ed. Labor, Buenos Aires, Argentina, 1939.
24. YALIN, S.M.: *Theory of Hydraulic Models*, Ed. MacMillan, 1972.
25. WILLIAMS, G.P.: *Manning Formula - A Misnomer? J.H.D., A.S.C.E.*, Hy1, Enero 1970.
26. KEULEGAN, G.: *Laws of Turbulent Flow in Open Channels*, Journal of Research, U.S.B.S., 1938.
27. DE MARCHI, E.: *Il Moto Uniforme Delle Corrente Liquide Neil Condotti Chiusi e Aperti*, L'Energia Ellettrica, Abril 1961.
28. MONTES, S.: *Aplicaciones de la Fórmula de Colebrook al Escurrimiento en Canales Abiertos*, Laboratorio de Hidráulica de la Universidad de Chile, Santiago, Chile, 1963.
29. SAYRE, W. Y ALBERTSON, M.: *Roughness Spacing in Rigid Open Channels*, J.H.D., A.S.C.E., Mayo 1961.
30. FUENTES, R.: *La influencia de la Geometría de Rugosidades Artificiales sobre la Rugosidad Absoluta en Canales con Movimiento Uniforme*, Tesis, Laboratorio de Hidráulica Universidad de Chile, Santiago, Chile, 1964.
31. MACAGNO, E.O.: *Resistance to Flow in Channels of Large Aspect Ratio*, J.H.R., I.A.H.R., Vol. 3, N° 2, 1965.
32. HINZE, J.O.: *Turbulent Pipe Flow*, Colloque Sur la Mécanique de la Turbulence, C.N.R.S., Marseille, 28 Agosto - 2 Septiembre 1961.
33. LUMLEY, J.L. Y TENNEKES, H.: *A First Course in Turbulence*, M.I.T., Press, 1972.
34. SALAS, E.R.: *Escurrimiento Variado del Agua en los Canales*, 2ª Edición, Ej. N° 299, Ed. Nascimento, Santiago, Chile, 1923.
35. SALAS E.R.: *Discusión Sintética del Trazado del Eje Hidráulico*, Proceedings Second Pan American Scientific Congress, 1915.
36. KRAVTCHEKNO, J.: *Equations Différentielles*, I.N.P., Grenoble, France, 1970.
37. DOMÍNGUEZ, F.J.: *Nueva Forma de la Ecuación de la Tangente a la Curva de Remanso en Movimiento Gradualmente Variado Permanente*, Ed. Nascimento, Santiago, Chile, 1932.
38. WOODWARD, SH.M. Y POSEY, CH.J.: *Hydraulics of Steady Flow in Open Channels*, Ed. John Wiley, 1941.
39. LELIAVSKY, S.: *River and Canal Hydraulics*, Ed. Chapman and Hall, London, England, 1965.
40. BAKHMETEFF, B.A.: *Hydraulics of Open Channels*, Ed. Mc Graw-Hill, New York and London, 1932.
41. MONONOBE, N.: *Back-Water and Drop-Down Curves for Uniform Channels*, T.A.S.C.E., Vol. 103, 1938.
42. CHOW, V.T.: *Integrating the Equation of Gradually Varied Flow*, Proceedings A.S.C.E., Vol. 81, November 1955.
43. VALLENTINE, H.R.: *Generalized Profiles of Gradually Varied Flow*, J.H.D., A.S.C.E., Hy2, March 1967.

44. MINTON, P. Y SOBEY, R.J.: *Unified Nondimensional Formulation for Open Channel Flow*, J.H.D., A.S.C.E., January 1973.
45. BEREZOWSKY, M.: *Hacia la Obtención de Perfiles Normalizados o Adimensionales de Flujo Gradualmente Variado - Análisis del Perfil M1*, X Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Vol. 1, Ciudad de México, México, 1982.
46. MC BEAN, E.A. Y PERKINS, F.E.: *Error Criteria in Water Surface Profile Computations*, M.I.T., Department of Civil Engineering, Report N° 124, 1970.
47. FUENTES, R., PALAVICINI, I. Y PADRON, R.: *Solución General para Longitud de Curvas de Remanso en Canales Prismáticos*, X Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Vol. 1, Ciudad de México, México, 1982.
48. WYLIE, E.B. Y STREETER, V.C.: *Fluid Transients*, Ed. Mc Graw-Hill, 1978.
49. CUNGE, J.A., HOLLY, F.M. Y VERWEY, A.: *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*, Ed. Pitman, London, 1980.
50. BAIBIKOV, B.S., PRUDOVSKY, A.M. Y ORECHKIN, O.F.: *Características Hidráulicas del Escurrimiento Impermanente en Tubos Cilíndricos Rectos* (en ruso), Instituto Hidroproyekt, Boletín 91, Moscú, 1983.