

Alejandro Cassini, *El juego de los principios: Una introducción al método axiomático*. Buenos Aires: A-Z editora, 2008, 207 pp.

No es común en nuestro medio filosófico chileno contar con libros escritos en nuestra lengua que hablen de filosofía de la lógica. Este texto del pensador argentino Alejandro Cassini aborda la cuestión de la axiomática, aquel canon de la razón y de la demostración desde Aristóteles y Euclides, aquel sistema que, partiendo de unos pocos enunciados indubitadamente verdaderos o aceptados como tales, por un puro movimiento inferencial deductivo es posible obtener, como demostrados, muchos otros enunciados, los teoremas, cuya verdad es sustentada en esa demostración. En términos más precisos (cap. 2), un sistema axiomático S es un conjunto de enunciados en el cual puede señalarse un subconjunto A de proposiciones, llamados axiomas, de modo que todos los enunciados que pertenecen a S se deducen de A y todos los enunciados que se deduzcan de A pertenecen al sistema S .

Los seis capítulos que componen la obra abarcan una breve historia de la axiomática en los pensadores y matemáticos griegos y sus expresiones modernas y actuales, la estructura y propiedades de un sistema axiomático, la exposición de algunas teorías axiomatizadas y la reflexión sobre los alcances de la axiomatización. El texto agrega dos apéndices. El segundo de ellos es muy ilustrativo, pues es una descripción de 17 casos de teorías axiomatizadas, desde los *Elementos* hasta la presentación axiomática de la lógica contemporánea.

En apariencia, el libro se presenta principalmente descriptivo y, en ese sentido, es muy claro y útil para quien quiera entender lo que es y cómo opera un sistema axiomatizado. Sin embargo, a través de sus diversos capítulos se revela otra cara, la de la filosofía de los sistemas formales, en los que con gran claridad y dominio se guía al autor en la comprensión del tema. Se ofrecen muchos lugares desde donde preguntarse qué es la lógica, qué es la demostración, cuál es el alcance del pensamiento formal, qué naturaleza posee aquel raro enunciado, el axioma, que, sin discutirse su verdad, ofrece la energía suficiente al pensamiento como para sentir un apoyo, al parecer, indubitable, y proporcionar bases para generar otros enunciados con fuerza tal que no podemos sino aceptarlos. Especialmente relevante en este sentido es el capítulo sexto y último del libro. En lo que sigue me centraré en estos últimos aspectos, no en los descriptivos.

La primera cuestión que surge es la de la naturaleza de los axiomas y de los sistemas axiomáticos. El concepto de axioma, aquello de más valor, lo más alto, en la palabra original griega, no parece ser en sí mismo tan claro como pareciera. Dos son las propiedades centrales del axioma: su carácter de verdad y el ser un punto de partida. Y respecto de esto, el autor hace una interesante y muy clarificadora distinción: una concepción abstracta y una concepción material del término. Hasta el siglo XIX, la idea de un sistema axiomatizado, como la geometría euclidiana, o los sistemas empíricos como la óptica newtoniana, era fundamentalmente material, esto es, se los concebía como descripciones verdaderas acerca del mundo. Esto con independencia de si tales sistemas empíricos fuesen en realidad axiomatizados a cabalidad; la óptica

y la misma mecánica newtoniana eran, se podría decir, solo parcialmente axiomatizados, por cuanto se componían de enunciados que no eran deducibles de los principios de la teoría. La axiomática material, entonces, se refiere a las teorías empíricas que en mayor o menor medida adoptan una estructura deductiva a partir de principios. Sin embargo, desde el siglo XIX, la idea de axiomática se transforma y adquiere la figura de lo que puede llamarse una axiomática formal. En ésta, en concordancia con el nacimiento de la nueva lógica, la axiomática se transforma en un sistema de demostración a partir de principios que no posee contenido alguno y que, por lo tanto, no puede ser ni verdadero ni falso. Siendo así, hoy se concibe como posible axiomatizar una determinada disciplina como una operación que se practica sobre ella una vez ya formada. Por ejemplo, la axiomatización de la aritmética llevada a cabo por Peano; los intentos actuales de axiomatizar las teorías del parentesco en antropología; la axiomatización de la mecánica clásica llevada a cabo por Hertz, y podemos agregar, la axiomática con que Spinoza presentó su ética. A la luz de ello, la axiomática se la podría concebir hoy, pues, como una cierta operación formal aplicable a un sistema, operación que en sí misma es abstracta, sin contenido, sin referencia a objeto alguno en particular. Es la fascinación por la pura forma.

Más, y este es otro punto relevante, tal operación produce ventajas epistémicas notorias en una teoría, pero también problemas para el manejo de la misma. Si hay dos teorías, T1 y T2 que están ambas axiomatizadas, (pp. 151 y 152), se hace posible establecer relaciones entre ambas que de otro modo serían engorrosas e inciertas: es posible determinar si T1 y T2 son lógicamente equivalentes, esto es, si los axiomas de T1 son deducibles de los axiomas de T2 y viceversa, y si los términos primitivos de T1 son definibles mediante los de T2 y viceversa; también se puede decidir si T1 es reductible a T2, esto es si los axiomas de T1 son deducibles de los de T2 pero no a la inversa; si T1 es una extensión de T2, esto es, si contiene los axiomas de T2 y agrega otros nuevos. La formalidad de la teoría, entonces, se ve beneficiada con la operación axiomática. Sin embargo, estas ventajas formales pueden, a su vez, significar que una teoría axiomatizada resulte mucho más complicada y difícil de aplicar y comprender y transmitir (enseñar) que su versión no axiomática. La axiomatización puede llegar a requerir muchos axiomas, y no simples precisamente, por lo que su manejo resulta complicado. Esto muestra que la perfección deductiva puede convertirse en un ideal que no es de suyo absolutamente conveniente en el ámbito de una ciencia fáctica.

Pero, tal vez, los dos problemas centrales que se esbozan en el libro sean el de la verdad de los axiomas y el de su naturaleza epistémica. La axiomática abstracta o formal, a diferencia de la material, no posee contenido, por lo que no tiene valor de verdad. Sin embargo, no posee valor de verdad fáctico, pero sí son considerados los axiomas como supuestamente verdaderos, y de una manera muy fuerte. Por ello, es propio de un axioma el ser verdad. Más, si la verdad de los axiomas es uno de sus rasgos centrales, la naturaleza de esa verdad parece escaparse constantemente al pensamiento. ¿En qué sentido preciso son verdaderos los axiomas? Pero la cuestión va mucho más allá: ¿necesitan los axiomas ser verdaderos para lograr un sistema axiomatizado, para cumplir su función? Equivale esto al problema planteado por Aristóteles para el silogismo, que era el de la verdad de la premisa universal, la que se

captaba por aquella intuición o virtud intelectual, el *noús*. Lo que debe descartarse es que el axioma sea verdad por experiencia o por demostración; no puede ser verdadero por demostración, pues en ese caso no sería axioma. El axioma es el punto de inicio de toda demostración de un sistema determinado. La verdad del axioma radicaría, entonces, en su autoevidencia, en aquello que el intelecto capta inmediatamente como verdadero, como, por ejemplo, el principio de identidad. Sin embargo, lo que ocurrió con el quinto postulado de Euclides terminó mostrando que tal autoevidencia era bastante feble. La cuestión es que si los axiomas no son verdaderos por ser autoevidentes, ni tampoco por demostración, y menos por experiencia, entonces, ¿merced a qué lo son? Pues, hoy se los considera verdaderos solo por convención. En efecto, el autor afirma que “El método axiomático formal permite prescindir del requisito tradicional de evidencia de los axiomas” (p.165). Sin embargo, puede plantearse que es dudoso, actualmente al menos, continuar hablando de la verdad de los axiomas. Parece que las concepciones actuales no requieren tal concepto. Como se esbozó en el primer párrafo de esta reseña, un sistema axiomático no queda definido por la verdad de sus axiomas; lo que resulta esencial a él es más bien el hecho de consistir en un conjunto de enunciados, en el que un subconjunto, el mayor se supone, debe ser deducible del menor o axiomas.

Pero la axiomática, además, también significa dejar fuera la idea de intuición en la justificación de los axiomas. No obstante ello, esto hay que tratarlo con cierto cuidado para entender la verdadera naturaleza de dicho concepto. Pareciera claro, a primera vista, que dejar fuera la intuición conduciría a una forma de pensamiento completamente automática, donde solo queda la aplicación de reglas de inferencia en largas cadenas deductivas, como quería Descartes. Sin embargo, el autor se ocupa de aclarar este punto; en efecto, si bien la deducción es una aplicación de reglas, no todo en una deducción es automático. En los sistemas denominados no decidibles, aquellos que no poseen un algoritmo para resolver una cuestión, hay buena cuota de creación, de investigación, de intuición para poder lograr dos cosas : a) encontrar un camino de demostración que conduzca hacia la conclusión que queremos demostrar, y b) elegir o crear los axiomas adecuados a una situación. Ambas cosas no son mecanizables. Elegir un cuerpo de axiomas para axiomatizar una teoría dada requiere la habilidad de poder representar con ellos a los principios de los conocimientos básicos de la teoría en cuestión. No debe olvidarse que la axiomatización se la puede pensar como una operación. Pero operación no significa automatización completa. Todos tenemos la experiencia de lo difícil, no evidente y no mecanizable que es deducir algo a partir de un conjunto de premisas dadas. Una vez axiomatizado un sistema es posible mostrar clara y rigurosamente sus pasos demostrativos, de los axiomas a sus teoremas. Mas el camino inverso, el de la construcción de una demostración, es muy difícil, incierto y requiere conocimientos, creatividad, intuición y perseverancia.

El segundo problema central es el epistémico. ¿Cuál es el impacto en definitiva de la axiomatización en el conocimiento? ¿Cuál es su valor epistémico? ¿Produce certeza? ¿Produce certeza y evita la vaguedad? ¿Tiene valor heurístico? Al final del texto se muestran dos tendencias en las respuesta acerca de si la axiomática posee un valor cognoscitivo o solo ordenador, vieja cuestión, tanto como la crítica cartesiana

y baconiana a la silogística aristotélica. Una primera respuesta ha sido afirmativa. Axiomatizar una determinada teoría significa obtener una certeza, darle un fundamento indubitable (p. 167). Podemos suponer, según esto, que conocemos mejor una teoría mientras más fuerte sea ésta. Si tal teoría es fáctica, podríamos suponer que si está axiomatizada, deberíamos confiar más en ella, podríamos creer con más fuerza en lo que nos informa sobre sus contenidos empíricos. Mas, el autor defiende la tesis contraria y con toda razón. Tal aumento de certeza puede ser solo una ilusión y una aspiración difícil de corroborar. Una teoría empírica no aumenta su contenido cognoscitivo por estar axiomatizada; sus axiomas son revisables a la luz de su comportamiento como explicación de los hechos. Ningún conocimiento, aun si es formal, es inexpugnable a la revisión. La axiomática aporta a una teoría muchas ventajas, pero no la de aumentar el conocimiento ni asegurar certezas.

ALEJANDRO RAMÍREZ FIGUEROA
Universidad de Chile
alramire@uchile.cl

Atocha Aliseda, *Abductive Reasoning. Logical Investigations into Discovery and Explanation*. Dordrecht: Springer, 2006. 225 pp.

La mexicana Atocha Aliseda es una importante cultivadora actual de aquella lejana y fértil idea de Peirce, el razonamiento abductivo, de su lógica y su naturaleza epistémica. En esta publicación, junto a un gran número de artículos en revistas especializadas, la autora ofrece una propuesta sobre algo que los empiristas lógicos juzgaron imposible, y que a partir de Hanson, Harman, Lipton y muchos otros, se ha buscado persistentemente: si puede o no finalmente haber algo así como una lógica del descubrimiento en ciencias. Hanson, a partir de su *Patterns of Discovery*, de 1958, rescató de Peirce la idea de abducción para enfrentar el reto, con lo que dio bases para una larga discusión acerca de las posibilidades lógicas de dicho modo inferencial. Junto con los trabajos de lógicos y filósofos como P.Flach, A.Kakas, D.Gabbay, J.Woods, N.Lachiche, S.Psillos, Aliseda genera una posibilidad no solo de construir una lógica abductiva, más allá de Peirce pero sobre la base de él, sino también de dar cuenta de los hoy denominados “razonamientos reales”. Hay que precisar inmediatamente que la antigua cuestión, muy discutida por los autores después de Hanson, acerca de si la abducción era o no un tipo de inferencia distinta de la deducción y de la inducción, no es abordada propiamente tal aquí; más bien la autora parece pensar que basta con los desarrollos propuestos en el libro para que quede a la vista su postura afirmativa al respecto. Por lo demás, hoy se acepta el pleno derecho de la abducción como una estructura de razonamiento con sus propias características. Tal impulso ha venido principalmente desde la inteligencia artificial, lugar también desde donde piensa la autora.